V. *KLOKAN BEZ GRANICA* 2003.

Polovicom se trećeg mjeseca, sada već tradicionalno, kod nas održava matematičko natjecanje *Klokan bez granica.* Tako je i ove godine 11 505 učenika osnovnih i srednjih škola odlučilo sudjelovati u tom natjecanju. Bili su ugodno iznenađeni kad su vidjeli da su uslišane njihove želje, te da je u svim kategorijama samo 24 zadatka, i da se piše 75 minuta.

Natjecanje je održano 20. ožujka 2003., a sudjelovalo je 4 046 učenika u kategoriji E, 3 344 učenika u kategoriji B, 2 094 učenika u kategoriji C, 1 524 učenika u kategoriji J i 497 učenika u kategoriji S. U cijelom je svijetu istodobno iste zadatke rješavalo više od 2 800 000 učenika.

Iako se promijenio broj zadataka, načelo bodovanja je ostalo isto. Za točno rješenje svakog od prvih osam zadataka dobiva se 3 boda, a ako je rješenje netočno oduzima se 0.75 boda. Točno riješen zadatak od rednog broja 9. do rednog broja 16. donosi 4 boda, a za netočno rješenje oduzima se 1 bod. Napokon, točno riješen zadatak iz posljednje skupine donosi 5 bodova, dok za netočno rješenje tih zadataka oduzima se 1.25 bodova. Ako u zadatku nije zaokružen ni jedan odgovor ili ih je zaokruženo više, zadatak se boduje s 0 bodova. Ostvarenom se broju bodova dodaju još 24 boda, pa je najveći broj bodova koji se može ostvariti 120. Najmanji je broj mogućih bodova 0 i to upravo zbog ona dodatna 24 boda koji se dodaju kako bi se izbjegla demotivirajuća situacija da neki učenik ima negativan broj bodova.

Slijede zadatci koje su 2003. godine rješavali sudionici natjecanja *Klokan bez granica.*

Zadatci za učenike IV. i V. razreda osnovnih škola

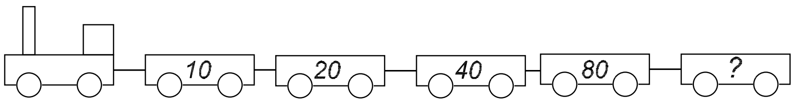
2003.-E

ZADATCI S 3 BODA

1. Koliko je $0+1+2+3+4-3-2-1-0=?$

   A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 10 **E.** 16

2. Koji je broj sljedeći u nizu ?



   A. 100 **B.** 120 **C.** 140 **D.** 160 **E.** 180

3. Gordana boji klokane ovim redom: plavi, zeleni, crveni, crni, žuti, zatim ponovo plavi, zeleni, crveni, crni, žuti – i tako redom. ... Koje je boje 17. klokan?

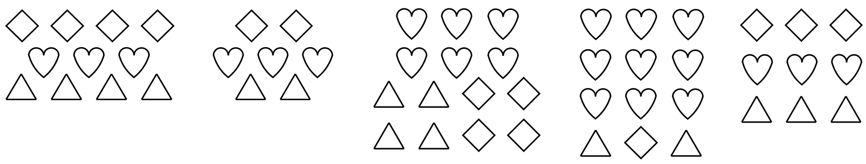
   A. plave **B.** zelene **C.** crvene **D.** crne **E.** ne može se odrediti

4. U zbornici je 6 stolova, svaki s po 4 stolca; 4 stola s po 2 stolca i 3 stola s po 6 stolaca. Koliko je ukupno stolaca u zbornici?

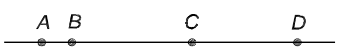
   A. 40 **B.** 25 **C.** 50 **D.** 36 **E.** 44

5. Na kojoj od sljedećih slika srca čine $\frac{3}{4}$ nacrtanih objekata na slici?

   A. **B.** **C.** **D.** **E.**



6. Na slici su udaljenosti: $|AC| = 10$ m, $|BD| = 15$ m, $|AD| = 22$ m. Kolika je udaljenost $|BC|$?

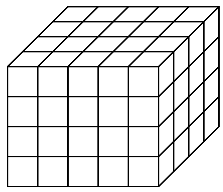


   A. 1 m **B.** 2 m **C.** 3 m **D.** 4 m **E.** 5 m

7. Ježić Marko žali se svojim prijateljima: „Da sam skupio dvostruko više jabuka no što stvarno jesam, imao bih 24 jabuke više nego što sada imam.” Koliko je jabuka skupio Marko?

   A. 48 **B.** 24 **C.** 42 **D.** 12 **E.** 36

8. Kristijan je složio blok kao na slici, koristeći pritom crvene i plave kockice iste veličine. Vanjska strana bloka je potpuno crvena, a sve unutarnje kockice su plave boje. Koliko je plavih kockica uporabio Kristijan?

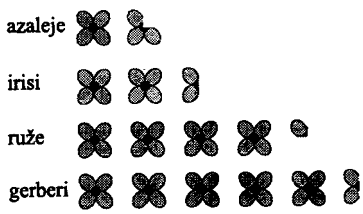
   A. 12 **B.** 24 **C.** 36 **D.** 40 **E.** 48

ZADATCI ZA 4 BODA

9. Pravokutnik dimenzija 4×7 nacrtan je na papiru s kvadratićima. Koliko je kvadratića dimenzija 1×1 presječeno dijagonalom toga pravokutnika?

   A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 11 **E.** 12

10. Sljedeća tablica prikazuje količinu raznih vrsta cvijeća u vrtu. Vrtlar nam je rekao da je u vrtu 35 azaleja, 50 irisa i 85 ruža. Koliki je broj gerbera u vrtu?

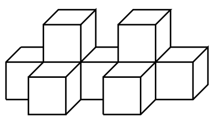
    

    A. 95 **B.** 100 **C.** 105 **D.** 110 **E.** 115

11. Ana je zaspala u 21.30 i probudila se u 6.45. Njezin brat Martin spavao je 1 sat i 50 minuta dulje. Koliko je sati i minuta spavao Martin?

    A. 30 h 5 min **B.** 11 h 35 min **C.** 11 h 5 min **D.** 9 h 5 min **E.** 8 h 35 min

12. „Konstrukcija” na slici ima masu 189 g. Kolika je masa jedne kocke?

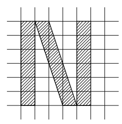
    

    A. 29 g **B.** 25 g **C.** 21 g **D.** 19 g **E.** 17 g

13. Klokan Skočko trenira za životinjsku olimpijadu. Njegov je najdulji skok na treningu bio dužine 50 dm 50 cm i 50 mm. Njegov je pobjednički skok na Olimpijadi bio 123 cm dulji. Kolika je bila duljina pobjedničkog skoka?

    A. 6 m 78 cm **B.** 5 m 73 cm **C.** 5 m 55 cm **D.** 11 m 28 cm **E.** 7 m 23 cm

14. Stranica je malog kvadrata duga 1. Kolika je površina slova **N**?



    A. 14 **B.** 15 **C.** 16 **D.** 17 **E.** 18

15. Beti voli zbrajati znamenke na svome digitalnome satu (npr. ako sat pokazuje 21:17, Beti dobiva 11). Koliki najveći zbroj Beti može dobiti?

    A. 24 **B.** 36 **C.** 19 **D.** 25 **E.** 23

16. U razrednom je odjelu 29 učenika. Njih 12 ima sestru, a 18 ih ima brata. Tina, Bert i Ana nemaju ni brata ni sestre. Koliko učenika u tom odjelu ima i brata i sestru?

    A. nijedan **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 6

ZADATCI ZA 5 BODOVA

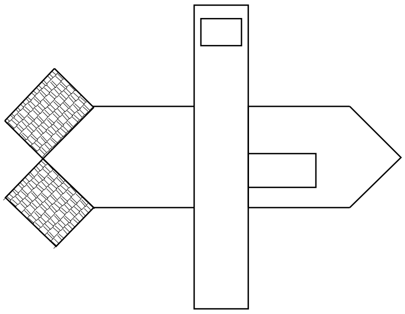
17. Ivan želi kupiti nekoliko košarkaških lopti. Ako bi kupio 5 lopti, ostalo bi mu 10 kn, a ako želi kupiti 7 lopti, morat će posuditi 22 kn. Kolika je cijena lopte?

    A. 11 **B.** 16 **C.** 22 **D.** 26 **E.** 32

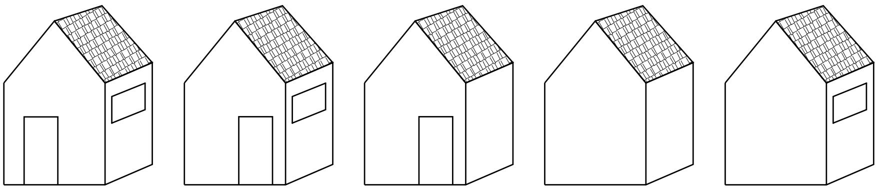
18. Koliko stranica ima knjiga ako je za označivanje njezinih stranica napisano 35 znamenaka?

    A. 12 **B.** 15 **C.** 22 **D.** 28 **E.** 35

19. Iz zadane mreže treba sastaviti kućicu. Koju od prikazanih kućica nije moguće sastaviti?



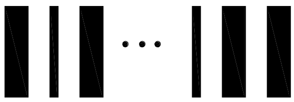
A. **B.** **C.** **D.** **E.**



20. Klokan je kupio 3 vrste bombona: velike, srednje i male. Veliki bomboni stoje 4 novčića po komadu, srednji 2 novčića po komadu, a mali 1 novčić po komadu. Klokan je kupio 10 bombona i platio 16 novčića. Koliko je velikih bombona klokan kupio?

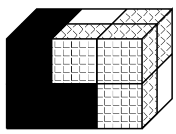
A. 5 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2 **E.** 1

21. Linijski kod sastoji se od 17 crnih i bijelih linija (prva su i zadnja crta crne). Crne linije mogu biti ili široke ili uske (vidi sliku). Bijelih linija ima za tri više od širokih crnih linija. Koliko je uskih crnih linija?

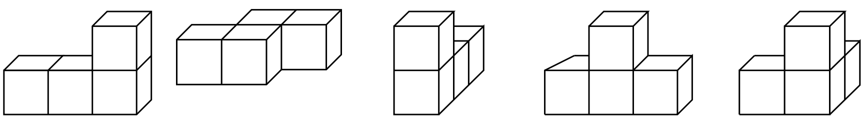


A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

22. Florijan je napravio kvadar koristeći tri cigle, od kojih se svaka sastoji od četiri kocke (vidi sliku). Dvije cigle možete vidjeti na slici. Kakva je oblika treća (bijela) cigla?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**

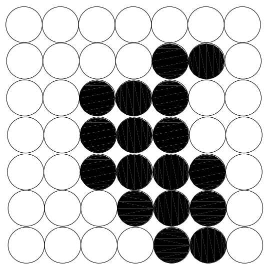


23. U trgovini s igračkama cijena jednoga psa i tri medvjeda jednaka je

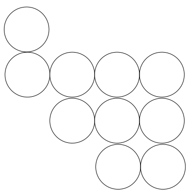
cijeni četiriju klokana. Tri psa i dva medvjeda imaju istu cijenu kao i četiri klokana. Koja je igračka skuplja: pas ili medvjed?

A. pas je dva puta skuplji
B. medvjed je dva puta skuplji
C. cijena je ista
D. medvjed je tri puta skuplji
E. ovo se ne može izračunati

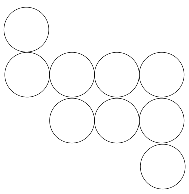
24. Zatamnjene kružiće treba prekriti koristeći dva od ponuđenih dijelova. Koja se dva dijela trebaju uzeti?



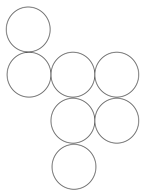
1



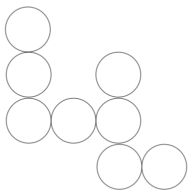
2



3



4



A. $1+3$ **B.** $2+4$ **C.** $2+3$ **D.** $1+4$ **E.** $3+4$

Zadatci za učenike VI. i VII. razreda osnovnih škola

2003.-B

ZADATCI S 3 BODA

1. Koji je od brojeva najveći?

   A. $2+0+0+3$ **B.** $2\cdot 0\cdot 0\cdot 3$ **C.** $(2+0)\cdot(0+3)$ **D.** $20\cdot 0\cdot 3$ **E.** $(2\cdot 0)+(0\cdot 3)$

2. Gordana boji klokane ovim redom: plavi, zeleni, crveni, crni, žuti, zatim ponovno plavi, zeleni, crveni, crni – i tako redom.... Koje je boje 27. klokan?

   A. plave **B.** zelene **C.** crvene **D.** crne **E.** ne može se odrediti

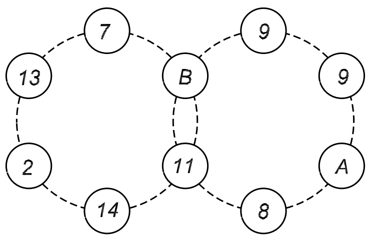
3. Koliko je cijelih brojeva u intervalu od 2.09 do 15.3?

   A. 13 **B.** 14 **C.** 11 **D.** 12 **E.** beskonačno

4. Koji je najmanji pozitivni broj djeljiv s 2, 3, i 4 ?

   A. 1 **B.** 6 **C.** 12 **D.** 24 **E.** 36

5. Zbroj je brojeva u svakom od dvaju prstenova 55. Koliki je broj A?

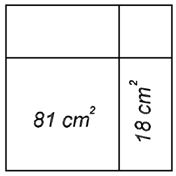


   A. 9 **B.** 10 **C.** 13 **D.** 16 **E.** 17

6. Tomislav ima 9 novčanica od 100 eura, 9 novčanica od 10 eura i 10 kovanica po 1 euro. Koliko eura ima Tomislav?

   A. 1 000 **B.** 991 **C.** 9 910 **D.** 95 901 **E.** 995 010

7. Površina je srednjega kvadrata 81 cm^2. Kolika je stranica velikoga kvadrata?



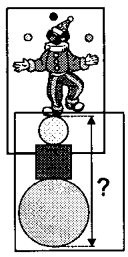
A. 9 cm **B.** 2 cm **C.** 7 cm **D.** 11 cm **E.** 10 cm

8. Na slici su udaljenosti: $|AC| = 10$ m; $|BD| = 15$ m; $|AD| = 22$ m. Kolika je udaljenost $|BC|$?

A. 1 m **B.** 2 m **C.** 3 m **D.** 4 m **E.** 5 m

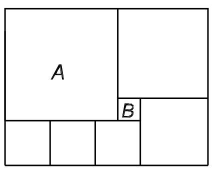
ZADATCI S 4 BODA

9. Na slici je klaun Bibo koji pleše povrh dvije lopte i jedne kocke. Polumjer je donje lopte 6 dm, a gornje tri puta manji. Stranica je kocke za 4 dm dulja od polumjera gornje lopte. Na kojoj visini od tla pleše klaun Bibo?



A. 14 dm **B.** 20 dm **C.** 22 dm **D.** 24 dm **E.** 28 dm

10. Lik na slici sastoji se od 7 kvadrata. Kvadrat A je najveći, a kvadrat B najmanji. Koliko kvadrata B sadrži kvadrat A?



A. 16 **B.** 25 **C.** 36 **D.** 49 **E.** nemoguće je odrediti

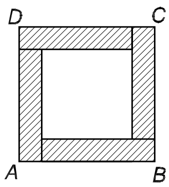
11. $\dfrac{2\,003 + 2\,003 + 2\,003 + 2\,003 + 2\,003}{2\,003 + 2\,003} = ?$

A. 2 003 **B.** $\dfrac{1}{3}$ **C.** 3 **D.** $\dfrac{5}{2}$ **E.** 6 009

12. Uz cestu od Brankove kuće do bazena raste 17 stabala. Neka od stabala Branko je odlučio označiti crvenom bojom na sljedeći način: na putu prema bazenu označio je prvo stablo te svako drugo stablo počevši od njega, a na putu natrag označio je prvo neoznačeno stablo i svako treće od njega. Koliko je stabala ostalo neoznačeno?

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 8

13. Kvadrat $ABCD$ sastavljen je od bijeloga unutarnjega kvadrata i četiri sukladna pravokutnika sive boje. Svaki sivi pravokutnik ima opseg 40 cm. Kolika je površina kvadrata $ABCD$?



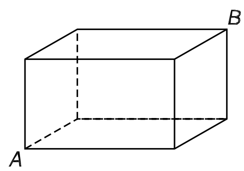
A. 400 cm^2 **B.** 200 cm^2 **C.** 160 cm^2 **D.** 100 cm^2 **E.** 80 cm^2

14. Koji je datum točno 2 003 minute poslije 20 sati i 3 minute dana 20. 03. 2003.?

A. 21. 03. 2003. **B.** 22. 03. 2003. **C.** 23. 03. 2003.

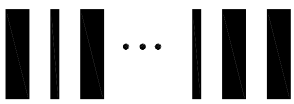
D. 21. 04. 2003. **E.** 22. 04. 2003.

15. Koliko je najkraćih putova od vrha A do vrha B ako se krećemo samo bridovima kvadra?



A. 4 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 12 **E.** 16

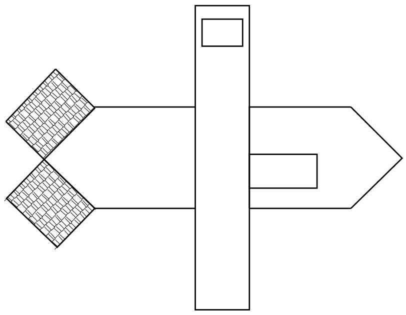
16. Linijski kod sastoji se od 17 crnih i bijelih crta (prva su i zadnja crta crne). Postoje dvije vrste crnih crta: široke i uske. Broj je bijelih crta za 3 veći od broja širokih crnih crta. Koliki je broj uskih crnih crta?



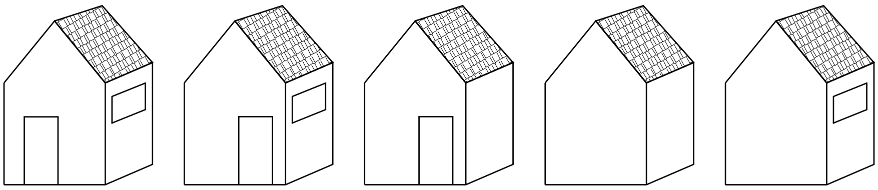
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

ZADATCI S 5 BODOVA

17. Iz zadane mreže treba sastaviti kućicu. Koju od prikazanih kućica nije moguće sastaviti?

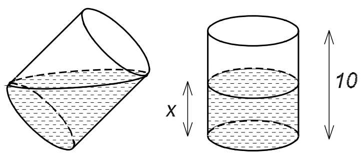


A. **B.** **C.** **D.** **E.**



18. Valjkasta čaša visine 10 cm djelomično je napunjena vodom. Na slici čašu možemo vidjeti u dvama položajima. Koliki je x (visina vode) u drugom položaju?

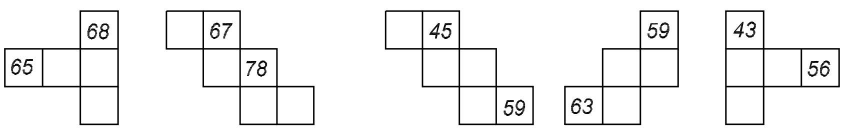
A. 3 cm **B.** 4 cm **C.** 5 cm **D.** 6 cm **E.** 7 cm



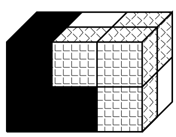
0	*2*	*4*	*6*	*8*
1	*3*	*5*	*7*	*9*
10	*12*	*14*	*16*	*18*
11	*13*	*15*	*17*	*19*
20	*22*	*24*	*26*	*28*

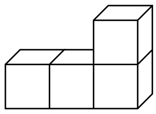
19. Igor je odlučio prikazati sve cijele brojeve od 0 do 109 u obliku tablica. Na slici je dio njegove tablice. Koji od sljedećih isječaka nikako ne može biti dio Igorove tablice?

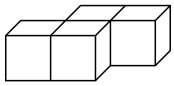
A. **B.** **C.** **D.** **E.**

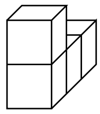


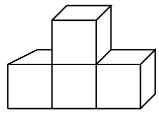
20. Nenad je napravio kvadar koristeći tri cigle, od kojih se svaka sastoji od četiri kocke (vidi sliku). Dvije cigle možemo vidjeti na slici u potpunosti. Kakva je oblika treća (bijela) cigla?

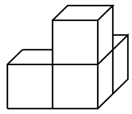


A.


B.


C.


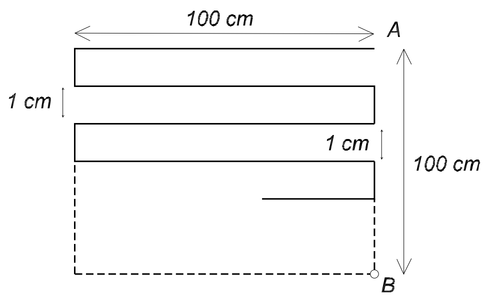
D.


E.


21. Imamo šest štapova duljine 1 cm, 2 cm, 3 cm, 2 001 cm, 2 002 cm i 2 003 cm. Odaberimo tri od tih štapova i složimo trokut. Koliko različitih trokuta možemo složiti?

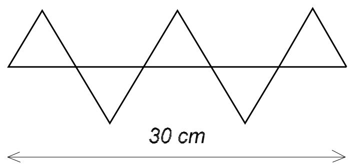
A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6 **E.** više od 50

22. $|AB| = ?$



A. 10 200 cm **B.** 2 500 cm **C.** 909 cm **D.** 10 100 cm **E.** 9 900 cm

23. Lik na crtežu sastoji se od pet jednakokračnih pravokutnih trokuta iste veličine. Izračunajmo površinu lika.



A. 20 cm^2 **B.** 25 cm^2 **C.** 35 cm^2 **D.** 45 cm^2 **E.** ne može se odrediti

24.

$$\begin{array}{rccc} & \square & \square & \square \\ + & \square & \square & \bigcirc \\ + & \square & \triangle & \triangle \\ \hline 2 & 0 & 0 & 3 \end{array} \qquad \square + \bigcirc = ?$$

A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 9 **E.** 1

Zadatci za učenike VIII. razreda osnovnih škola i I. razreda srednjih škola

2003.-C

ZADATCI S 3 BODA

1. Uz cestu od Brankove kuće do bazena raste 17 stabala. Neka od stabala Branko je odlučio označiti crvenom bojom na sljedeći način: na putu prema bazenu označio je prvo stablo te svako drugo stablo počevši od njega, a na putu natrag označio je prvo neoznačeno stablo i svako treće od njega. Koliko je stabala ostalo neoznačeno?

   A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 8

2. Ravna crta povučena je preko šahovskoga polja dimenzija 4×4. Koji je najveći broj polja 1×1 koji crta može presjeći na dva dijela?

   A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 8

3. U krletki je 5 papiga. Prosječna im je cijena bila 6 000 kn. Jednoga dana, za vrijeme čišćenja, najljepša je od njih odletjela. Sada je prosječna cijena preostalih papiga 5 000 kn. Koja je cijena papige koja je pobjegla?

   A. 1 000 kn **B.** 25 000 kn **C.** 5 500 kn **D.** 6 000 kn **E.** 105 000 kn

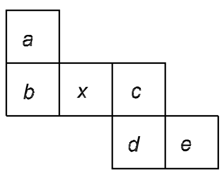
4. Koji je najveći mogući broj unutarnjih pravih kutova u šesterokutu (ne mora biti konveksan)?

   A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

5. Boca i čaša zajedno mogu primiti tekućine koliko i posuda. Boca može primiti koliko čaša i vrč. Tri vrča primaju koliko i dvije posude. Koliko tekućine može primiti jedan vrč?

   A. 3 čaše **B.** 4 čaše **C.** 5 čaša **D.** 6 čaša **E.** 7 čaša

6. Mreža prikazana desno izrezana je i izvađena iz kocke. Koja je oznaka nasuprot oznaci x?



   A. a **B.** b **C.** c **D.** d **E.** e

7. Koji od dolje napisanih brojeva pomnožen sa 768 daje umnožak koji završava najvećim brojem nula?

A. 7 500 **B.** 5 000 **C.** 3 125 **D.** 2 500 **E.** 105 000

8. Na stolu leži film na kojemu je nacrtano slovo y. Okrenemo papir za 90° u smjeru kazaljke na satu, a zatim film preokrenemo naopako preko lijevoga ruba i zarotiramo za 180° obrnuto od kazaljke na satu. Koju ćemo sliku dobiti?

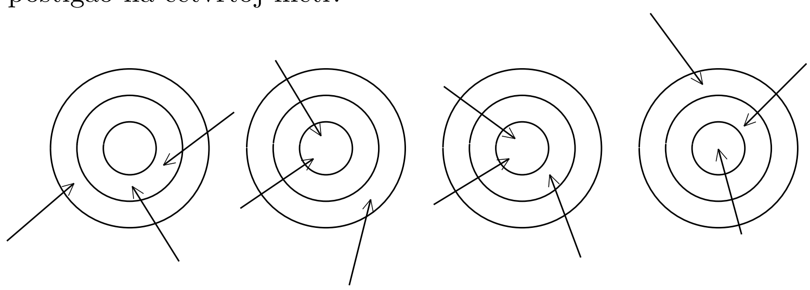
A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

ZADATCI S 4 BODA

9. Marko ima 42 jednake kockice kojima je stranica duga 1 cm. Kockice je iskoristio za izgradnju kvadra. Opseg je baze toga kvadra 18 cm. Kolika je njegova visina?

A. 1 cm **B.** 2 cm **C.** 3 cm **D.** 4 cm **E.** 5 cm

10. Josip je ispucao tri strjelice u svaku od četiri mete. Na prvoj je meti postigao 29 bodova, na drugoj 43, a na trećoj 47. Koliko je bodova postigao na četvrtoj meti?

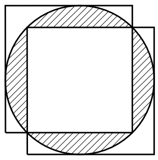


A. 31 **B.** 33 **C.** 36 **D.** 38 **E.** 39

11. Masa je kamiona bez tereta 2000 kg. Nakon utovara teret čini 80% ukupne mase kamiona. Na prvom mjestu kamion istovari četvrtinu tereta. Koliki postotak kamiona sada čini teret?

A. 20% **B.** 25% **C.** 55% **D.** 60% **E.**75%

12. Dva kvadrata istih dimenzija pokrivaju krug polumjera 3 cm. Nađimo površinu osjenčanoga dijela figure.



A. $8(\pi - 1)$ cm^2 **B.** $6(2\pi - 1)$ cm^2 **C.** $(9\pi - 25)$ cm^2

D. $9(\pi - 2)$ cm^2 **E.** $\frac{6\pi}{5}$ cm^2

13. Imamo 6 štapova duljine 1 cm, 2 cm, 3 cm, 2 001 cm, 2 002 cm, 2 003 cm. Moramo izabrati tri kako bismo napravili trokut. Koliko različitih trokuta možemo napraviti?

A. 1 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 6 **E.** više od 50

14. Koliko prirodnih brojeva n ima sljedeće svojstvo: među pozitivnim djeliteljima broja n, koji su različiti od 1 i od njega samog, najveći je djelitelj 15 puta veći od najmanjeg?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** beskonačno **E.** neki drugi odgovor

15. Na pravcu je s lijeve na desnu stranu označeno redom šest točaka A, B, C, D, E, F. Poznato je da je $|AD| = |CF|$ i $|BD| = |DF|$. Tada je nužno:

A. $|AB| = |BC|$ **B.** $|BC| = |DE|$ **C.** $|BD| = |EF|$

D. $|AB| = |CD|$ **E.** $|CD| = |EF|$

16. Pavao, Boris, Ivan, Nikola i Tomo stoje u krugu tako da je udaljenost između bilo kojih dvaju susjeda različita. Učitelj je od svakog od njih tražio da izgovori ime njemu najbliže osobe. Imena *Pavao* i *Boris* izgovorena su dva puta, a *Ivan* jedanput. Tada je točna sljedeća tvrdnja:

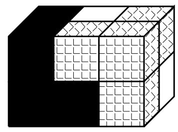
A. Pavao i Boris nisu susjedi. **B.** Nikola i Tomo nisu susjedi.

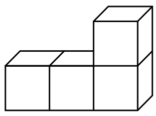
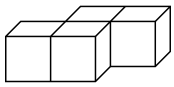
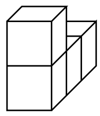
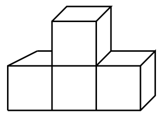
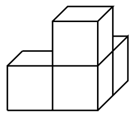
C. Nikola i Tomo jesu susjedi. **D.** Opisana je situacija nemoguća.

E. Ništa od navedenog nije točno.

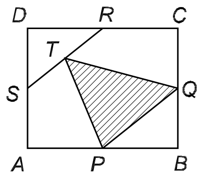
ZADATCI S 5 BODOVA

17. Nenad je napravio kvadar koristeći tri cigle, od kojih se svaka sastoji od četiri kocke (vidi sliku). Dvije cigle možemo vidjeti na slici u potpunosti. Kakva je oblika treća (bijela) cigla?



A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

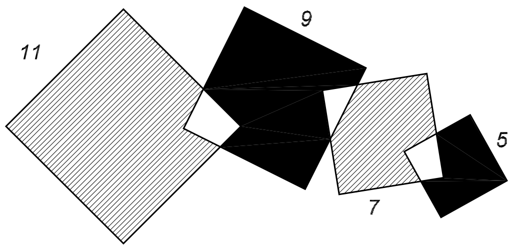
18. U pravokutniku $ABCD$ neka su P, Q, R i S središta stranica AB, BC, CD i DA i neka je T polovište dužine RS. Koliki dio pravokutnika $ABCD$ pokriva trokut $\triangle PQT$?



A. $\frac{5}{16}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{6}$ **E.** $\frac{3}{8}$

19. Na slici su četiri kvadrata kojima su stranice 11 cm, 9 cm, 7 cm i 5 cm. Za koliko je kvadratnih centimetara zbroj dviju sivih površina veći od zbroja dviju crnih površina?

A. 25 **B.** 36 **C.** 49 **D.** 64 **E.** 0



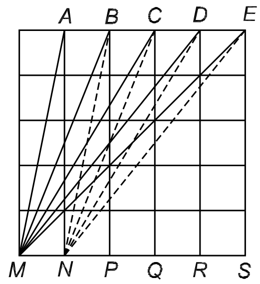
20. Na polici je ukupno 50 knjiga iz matematike i fizike. Niti jedna knjiga iz fizike ne stoji kraj druge knjige iz fizike, ali svaka knjiga iz matematike za susjedu ima knjigu iz matematike. Koja bi od sljedećih tvrdnji mogla biti netočna?

A. Matematičkih knjiga ima najmanje 32.
B. Knjiga iz fizike ima najviše 17.

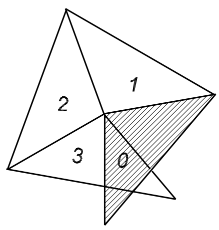
C. Neke 3 matematičke knjige stoje jedna za drugom.
D. Ako ima 17 knjiga iz fizike, tada je jedna od njih prva ili posljednja na polici.
E. Među bilo kojih 9 knjiga najmanje je 6 iz matematike.

21. Kvadrat je podijeljen na 25 manjih kvadrata (vidi sliku). Koliki je zbroj mjera kutova MAN, MBN, MCN, MDN, MEN?

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 75° **E.** 90°



22. Napravit ćemo spiralu od sukladnih jednakokračnih trokuta. Kut je nasuprot osnovice 100°. Krećemo sa sivim trokutom koji je označen brojem 0. Sljedeći trokuti (s brojevima 1, 2, 3, …) prislonit će se na prethodni jednim krakom (vidi sliku). Kao što vidimo, trokut broj 3 djelomično prekriva trokut broj 0. Kojim će brojem biti označen trokut koji u potpunosti pokriva trokut 0?



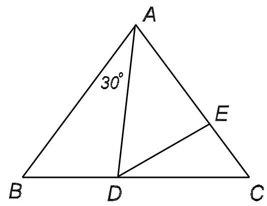
A. 10 **B.** 12 **C.** 14 **D.** 16 **E.** 18

23. Koliko ima prirodnih brojeva n koji pri dijeljenju broja 2 003 s n daju ostatak 23?

A. 22 **B.** 19 **C.** 13 **D.** 12 **E.** 87

24. U trokutu ABC vrijedi da je $|AB| = |AC|$, $|AE| = |AD|$ i $\angle BAD = 30°$. Koliki je kut CDE?

A. 10° **B.** 15° **C.** 20° **D.** 25° **E.** 30°

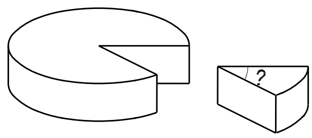


Zadatci za učenike II. i III. razreda srednjih škola

2003.-J

ZADATCI S 3 BODA

1. 15% torte odrezano je kako je prikazano na slici. Koliko stupnjeva ima kut označen upitnikom?

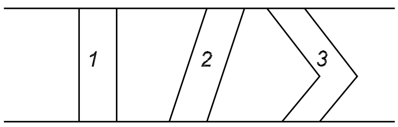


A. 30° **B.** 45° **C.** 54° **D.** 15° **E.** 20°

2. U našem je vrtu kružni cvijetnjak promjera 1.2 m. Kružni cvijetnjak u parku u susjedstvu ima površinu četiri puta veću od površine našega cvijetnjaka. Koliki je njegov promjer?

A. 2.4 m **B.** 3.6 m **C.** 4.8 m **D.** 6.4 m **E.** 9.6 m

3. Na slici su tri staze, 1, 2 i 3. Sve su tri staze širine a i povezuju ih dva usporedna pravca. Koja staza ima najveću površinu?



A. sve tri staze imaju jednaku površinu **B.** staza 1 **C.** staza 2
D. staza 3 **E.** nemoguće je odrediti ako ne znamo a

4. Koji je od sljedećih brojeva neparan za svaki cijeli broj n?

A. $2\,003\,n$ **B.** $n^2 + 2\,003$ **C.** n^3 **D.** $n + 2\,004$ **E.** $2n^3 + 2\,003$

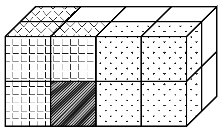
5. U trokutu ABC kut γ tri je puta veći od kuta α, a kut β dva je puta veći od kuta α. Trokut je ABC:

A. jednakostraničan **B.** jednakokračan **C.** tupokutan
D. pravokutan **E.** šiljastokutan

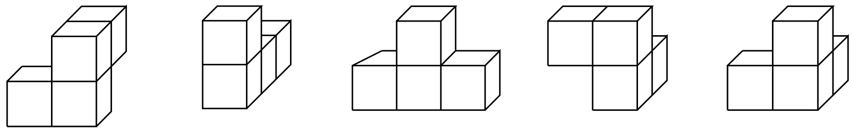
6. U broju $A = 1111\ldots1111$ ima $2\,003$ jedinica. Koliki je zbroj znamenaka umnoška $2\,003 \cdot$ A?

A. 10 000 **B.** 10 015 **C.** 10 020 **D.** 10 030 **E.** 20 032 003

7. Kvadar je učinjen od četiri opeke, a svaka od opeka sastoji se od četiri male kocke. Tri se opeke potpuno vide, a ona tamna samo djelomično. Koja je opeka sa slika A, B, C, D, E tamna?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**



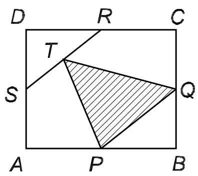
8. U računu na slici X, Y, Z označavaju međusobno različite znamenke. Koja je znamenka X ako niti jedna od znamenaka nije jednaka 0?

$$\begin{array}{c} \mathrm{XX} \\ \mathrm{YY} \\ \underline{\mathrm{ZZ}} \\ \mathrm{ZYX} \end{array}$$

A. 1 **B.** 2 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 9

ZADATCI ZA 4 BODA

9. U pravokutniku $ABCD$ točke P, Q, R i S polovišta su stranica AB, BC, CD, AD, a T je polovište dužine RS. Koji dio površine pravokutnika $ABCD$ pokriva trokut PQT?



A. $\frac{5}{16}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $\frac{1}{6}$ **E.** $\frac{3}{8}$

10. Klokan otrči prema pašnjaku i vrati se natrag za 15 minuta. Prema pašnjaku trči brzinom 5 m/s, a na povratku brzinom 4 m/s. Koliko je udaljen pašnjak?

A. 4.05 km **B.** 8.1 km **C.** 0.9 km **D.** 2 km **E.** ne može se odrediti

11. Kad je 30% prazna u bačvi je 30 litara više nego kad je 30% puna. Koliko litara sadrži bačva kad je puna?

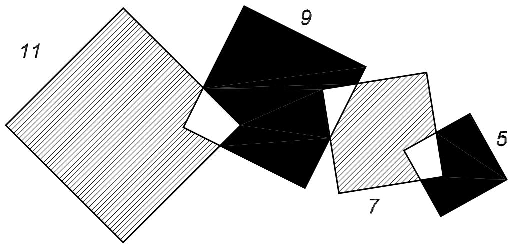
A. 60 **B.** 75 **C.** 90 **D.** 100 **E.** 120

12. Ana i Barbara promijenile su znamenke broja 888 koji je očito djeljiv s 8. Ana je promijenila dvije znamenke tako da dobije najveći trozna-

menkasti broj koji je još uvijek djeljiv s 8. Barbara je također promijenila dvije znamenke, ali tako da dobije najmanji troznamenkasti broj još uvijek djeljiv s 8. Kolika je razlika njihovih brojeva?

A. 800 **B.** 840 **C.** 856 **D.** 864 **E.** 904

13. Na slici su četiri kvadrata kojima su stranice 11 cm, 9 cm, 7 cm i 5 cm. Za koliko je kvadratnih centimetara zbroj dviju sivih površina veći od zbroja dviju crnih površina?

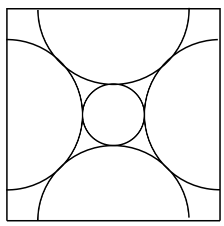


A. 25 **B.** 36 **C.** 49 **D.** 64 **E.** 0

14. Vrijednost je izraza $(1+\frac{1}{2})\cdot(1+\frac{1}{3})\cdot\ldots\cdot(1+\frac{1}{2\,003})$ jednaka:

A. 2 004 **B.** 2 003 **C.** 2 002 **D.** 1 002 **E.** 1 001

15. Na slici su četiri polukružnice polumjera 1 cm. Središta su polukružnica su u polovištima stranica kvadrata. Koliki je polumjer kružnice koja dodiruje sve četiri polukružnice?



A. $\sqrt{2}-1$ **B.** $\frac{1}{2}\pi-1$ **C.** $\sqrt{3}-1$

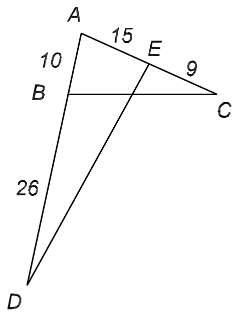
D. $\sqrt{5}-2$ **E.** $\sqrt{7}-2$

16. Prva su dva člana niza 1, odnosno 2. Nakon toga članove dobivamo tako da pretposljednji član niza podijelimo posljednjim. Koliki je deseti član toga niza?

A. 2^{-10} **B.** 256 **C.** 2^{-13} **D.** 1 024 **E.** 2^{34}

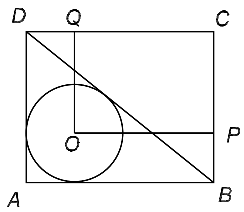
ZADATCI ZA 5 BODOVA

17. Koliki je omjer površina trokuta ADE i ABC sa slike?



A. $\frac{9}{4}$ **B.** $\frac{7}{3}$
C. $\frac{4}{5}$ **D.** $\frac{15}{10}$
E. $\frac{26}{9}$

18. Pravokutnik $ABCD$ ima površinu 36 cm^2. Krug sa središtem u točki O upisan je u trokut ABD. Kolika je površina pravokutnika $OPCQ$?



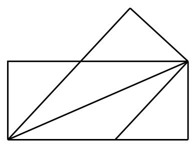
A. 24 cm^2 **B.** $6\ \pi$ cm^2 **C.** 18 cm^2 **D.** $12\sqrt{2}$ cm^2
E. ovisi o omjeru stranica AB i AD.

19. Djeca A, B, C i D izjavila su:
A: B, C i D su curice.
B: A, C i D su dječaci.
C: A i B lažu.
D: A, B i C govore istinu.

Koliko djece govori istinu?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** ne može se odrediti

20. Papir pravokutnog oblika dimenzija 6 cm $\times$ 12 cm presavijen je preko dijagonale. Dijelovi papira koji se ne preklapaju odrezani su, pa je papir odmotan. Sada je u obliku romba. Kolika je duljina stranice toga romba?



A. $\frac{7}{2}\sqrt{5}$ cm **B.** 7.35 cm **C.** 7.5 cm **D.** 7.85 cm **E.** 8.1 cm

21. Ako su x i y realni brojevi, koliko različitih parova (x, y) zadovoljava jednadžbu $(x+y)^2 = (x+3)(y-3)$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** beskonačno mnogo

22. Koliko najviše ima uzastopnih cijelih brojeva takvih da niti jednom od njih zbroj znamenaka nije djeljiv s 5?

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 9

23. Na polici je ukupno 50 knjiga iz matematike i fizike. Niti jedna knjige iz fizike ne stoji pokraj druge knjige iz fizike, ali svaka knjiga iz matematike ima za susjeda knjigu iz matematike. Koja bi od sljedećih tvrdnji mogla biti netočna?

A. Matematičkih knjiga ima najmanje 32.
B. Knjiga iz fizike ima najviše 17.
C. Neke 3 matematičke knjige stoje jedna za drugom.
D. Ako ima 17 knjiga iz fizike, tada je jedna od njih prva ili posljednja na polici.
E. Među bilo kojih 9 knjiga najmanje je 6 iz matematike.

24. Napisani su svi prirodni brojevi koji imaju od 1 do 7 znamenaka, a napisani su samo pomoću 0 i 1. Koliko je jedinica napisano?

A. 128 **B.** 288 **C.** 448 **D.** 512 **E.** 896

Zadatci za učenike IV. razreda srednjih škola

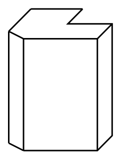
2003.-S

ZADATCI S 3 BODA

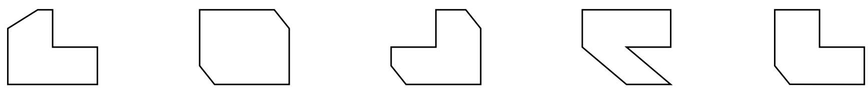
1. Na putovanju vlakom u Rimini Lisa je sjedila u sedmome vagonu brojeći od prvog vagona, a Marko u jednom od vagona ispred nje. Markov je vagon bio 6. brojeći od zadnjeg vagona, a između njihovih vagona bio je još jedan vagon. Koliko je vagona imao vlak?

   A. 15 **B.** 14 **C.** 13 **D.** manje od 13 **E.** nije određeno

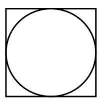
2. Koji je od sljedećih likova gornja ploha tijela na desnoj slici?

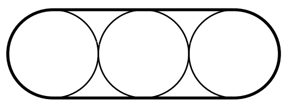


A. **B.** **C.** **D.** **E.**



3. Površina je kvadrata na slici a, a površina je svakog od krugova b. Kolika je površina lika omeđenoga debljom linijom na desnoj slici?





   A. $3b$ **B.** $2a+b$ **C.** $a+2b$ **D.** $3a$ **E.** $a+b$

4. Alan je izračunavajući obujam kugle pogrješkom umjesto polumjera uvrstio promjer kugle. Što mora učiniti sa svojim rezultatom kako bi dobio točan obujam?

   A. Podijeliti ga s 2. **B.** Podijeliti ga s 4. **C.** Podijeliti ga s 6.

   D. Podijeliti ga s 8. **E.** Podijeliti ga s 16.

5. Koliko je $2^{n+2003}+2^{n+2003}$?

   A. 2^{n+2004} **B.** $2^{2n+4006}$ **C.** $4^{2n+4006}$ **D.** $4^{2n+2003}$ **E.** 4^{n+2003}

6. Prosječan broj učenika upisanih u školu tijekom četiri godine od 1999. do 2002. bio je 325 učenika po godini. Prosječan godišnji broj učenika upisanih u istu školu tijekom pet godina od 1999. do 2003. bio je 20% veći. Koliko je učenika upisano u 2003. godini?

A. 650 **B.** 600 **C.** 455 **D.** 390 **E.** 345

7. Skup je svih parametara m za koje krivulje $x^2 + y^2 = 1$ i $y = x^2 + m$ imaju točno jednu zajedničku točku:

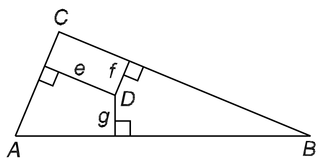
A. $\{-5/4, -1, 1\}$ **B.** $\{-5/4, -1\}$ **C.** $\{-1, 1\}$ **D.** $\{-5/4\}$ **E.** $\{1\}$

8. Formirajmo trokut s brojevima većim od 1 u svakom polju prema uputi danoj na slici. Koji se ponuđeni broj nikako ne može pojaviti u osjenčanom polju?

A. 154 **B.** 100 **C.** 90 **D.** 88 **E.** 60

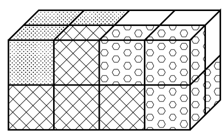
ZADATCI S 4 BODA

9. Trokut sa stranicama duljine 5,12 i 13 ima površinu 30. Za proizvoljnu točku D iz unutarnjosti trokuta označimo s e, f i g udaljenosti do stranica trokuta. Kolika je vrijednost izraza $5e + 12f + 13g$?

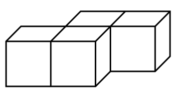


A. 120 **B.** 90 **C.** 60 **D.** 30 **E.** nije moguće odrediti

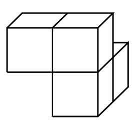
10. Kvadar je načinjen od četiri opeke, a svaka od opeka sastoji se od četiri male kocke (vidi sliku). Tri se opeke potpuno vide, a ona bijela samo djelomično. Koja je opeka sa slika A, B, C, D, E bijela?



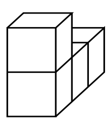
A.



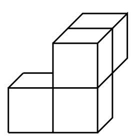
B.



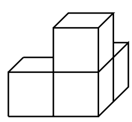
C.



D.



E.



11. Dva bijela i osam sivih galebova lete iznad rijeke. Sletjevši na obalu rijeke formirali su na slučajan način jedan niz. Kolika je vjerojatnost da u tom nizu dva bijela galeba sjede jedan do drugoga?

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{1}{7}$ **D.** $\frac{1}{8}$ **E.** $\frac{1}{9}$

12. Izračunajmo $\sqrt{1+2\,000\sqrt{1+2\,001\sqrt{1+2\,002\sqrt{1+2\,003\cdot 2\,005}}}}$.

A. 2 000 **B.** 2 001 **C.** 2 002 **D.** 2 003 **E.** 2 004

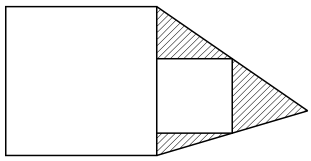
13. U šiljastokutnome trokutu duljine dviju stranica i visine na treću stranicu su 12, 13 i 15 (iako ne nužno tim redom). Kolika je površina toga trokuta?

A. 168 **B.** 80 **C.** 84 **D.** $6\sqrt{65}$ **E.** nije jednoznačno određena

14. Računalo ispisuje listu sedmih potencija svih prirodnih brojeva, tj. niz $1^7, 2^7, 3^7, \ldots$. Koliko se članova toga niza nalazi između brojeva 5^{21} i 2^{49} ?

A. 13 **B.** 8 **C.** 5 **D.** 3 **E.** 2

15. Kvadrati dani na slici imaju duljine stranica 2 m i 1 m. Kolika je površina osjenčanoga područja?



A. 1 m^2 **B.** 2 m^2 **C.** $2\sqrt{2}$ m^2

D. 4 m^2 **E.** ovisi o položaju kvadrata

16. Zbroj $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \ldots + 2^2 - 1^2$ jednak je:

A. 2002 **B.** 2020 **C.** 4040 **D.** 5050 **E.** 8008

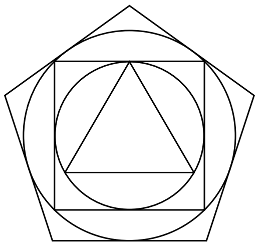
ZADATCI S 5 BODOVA

17. Ako je $(a+\frac{1}{a})^2 = 6$, $a>0$, tada je $a^3+\frac{1}{a^3}$ jednako:

A. $4\sqrt{6}$ **B.** $3\sqrt{6}$ **C.** 6 **D.** $5\sqrt{6}$ **E.** $6\sqrt{6}$

18. Nacrtajmo jednakostranični trokut kojemu opišimo krug. Tome krugu

opišimo kvadrat kojemu opet opišimo krug. Tome krugu opišimo pravilni peterokut itd. Ponavljamo taj postupak opisivanja krugova i pravilnih n-terokuta sve dok ne opišemo pravilan 16-erokut. Na koliko su dijelova prethodno nacrtani krugovi i n-terokuti razdijelili pravilni 16-erokut?



A. 232 **B.** 240 **C.** 248 **D.** 264 **E.** 272

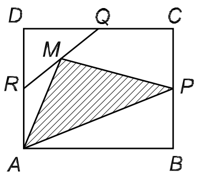
19. Točka $P(x, y)$ leži na kružnici središta $M(2, 2)$ i polumjera r. Ako znamo da je $y = r > 2$ i da su x, y, r prirodni brojevi, kolika je najmanja moguća vrijednost za x?

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8 **E.** 10

20. Upravitelj robne kuće treba odrediti cijenu skijaških jakni na temelju podataka dobivenih iz prodajno-istraživačkog odjela, a koji su sljedeći: kad bi cijena jakni bila 75 dolara, tada bi 100 kupaca kupilo te jakne. Svaki put kad bi se cijena jakne povećala za 5 dolara broj kupaca bi se smanjio za 20. S druge strane, kad bi se cijena smanjila za 5 dolara, bilo bi prodano 20 jakni više. Robna kuća nabavlja jakne po cijeni od 30 dolara po komadu. Koja bi prodajna cijena jakne dala najveću dobit?

A. 85 **B.** 80 **C.** 75 **D.** 70 **E.** 65

21. U pravokutniku $ABCD$ točke P, Q i R polovišta su stranica BC, CD i AD, a točka M polovište je dužine QR. Koji dio površine pravokutnika $ABCD$ pokriva trokut APM?

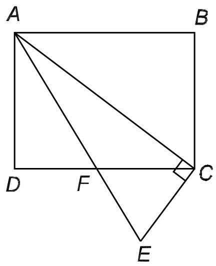


A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{3}{8}$ **D.** $\frac{1}{3}$ **E.** $\frac{5}{16}$

22. Niz $(a_n)_n$ definiran je ovako: $a_0 = 4$, $a_1 = 6$, $a_{n+1} = \dfrac{a_n}{a_{n-1}}$, $n > 2$. Koliko je a_{2003}?

A. $\frac{3}{2}$ **B.** $\frac{2}{3}$ **C.** 4 **D.** $\frac{1}{4}$ **E.** $\frac{1}{6}$

23. U pravokutniku $ABCD$ vrijedi $|AB| = 16$ i $|BC| = 12$. ACE je pravokutni trokut u kojem je $AC \perp CE$ i $|CE| = 15$. Ako je točka F točka presjeka dužina AE i CD, tada je površina trokuta ACF jednaka:



A. 75 **B.** 80 **C.** 96 **D.** 72 **E.** 48

24. Neka je $f(x)$ polinom za koji vrijedi: $f(x^2+1) = x^4+4x^2$. Odredimo $f(x^2-1)$.

A. $x^4 - 4x^2$ **B.** x^4 **C.** $x^4 + 4x^2 - 4$ **D.** $x^4 - 4$

E. neki drugi odgovor

RJEŠENJA ZA 2003.-E

1. **C.** 2. **D.** Brojevi se udvostručuju. Dakle, sljedeći je 160.

3. **B.** 4. **C.** $6 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 6 = 24 + 8 + 18 = 50$.

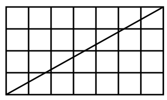
5. **D.** Na D slici ima 12 objekata. $\frac{3}{4}$ od 12 je 9, a toliko upravo ima srca.

6. **C.** $|CD| = |AD| - |AC| = 22 - 10 = 12$ m pa je $|BC| = |BD| - |CD| = 15 - 12 = 3$ m.

7. **B.**

8. **A.** Ukupno ima $5 \cdot 4 \cdot 4 = 80$ kockica. Na prednjoj i stražnjoj strani ima $5 \cdot 4 = 20$ kockica, ali tada na bočnim stranama ima još $2 \cdot 4 = 8$ kockica koje ujedno ne pripadaju i prednjoj i stražnjoj strani. Na gornjoj i donjoj ima po 6 kockica koje nisu dosad izbrojane. Dakle, plavih ima $80 - 68 = 12$.

9. **C.** Presječeno je 10 kvadratića.



10. **D.** Azeleje su prikazane sa 7 latica. Dakle, svakoj latici odgovara 5 azeleja. Cijelom cvijetu odgovara $5 \cdot 4 = 20$ azeleja. Gerberi su prikazani s 5 cvjetova i dvije latice, čemu odgovara $5 \cdot 20 + 2 \cdot 5 = 110$ gerbera.

11. **C.** Ana je spavala 2h 30 min + 6 h 45 min = 9 h 15 min. Martin je spavao 9 h 15 min + 1 h 50 min = 11 h 5 min.

12. **C.** Konstrukcija ima 9 kocaka. Masa je jedne kocke $189 : 9 = 21$ g.

13. **A.** 123 cm = 50 dm 50 cm 50 mm = 50 dm 55 cm = 5 m 55 cm. Duljina je pobjedničkoga skoka 5 m 55 cm + 1 m 23 cm = 6 m 78 cm.

14. **E.** Površina je maloga kvadrata 1 cm^2. Okomite nogice slova N imaju površinu 6 cm^2 svaka, dok je kosa crta površine $2 \cdot 3 = 6$ cm^2. Ukupna je površina $2 \cdot 6 + 6 = 18$ cm^2.

15. **A.** Kad ne bi bilo uvjeta da je riječ o znamenkama na satu, najveći bi se broj dobio kad bi se pojavile četiri devetke. No, na satu se mogu pojaviti najviše dvije devetke, i to kao znamenke jedinica broja sati i broja minuta. Na mjestu znamenke desetica broja minuta najveća je znamenka 5, a na mjestu znamenke desetice broja sati znamenka je 1, ako sat završava s 9. Dakle, riječ je o $19:59$. Zbroj je 24.

16. **D.** Zbroj je učenika koji imaju bilo brata bilo sestru $29-3=26$. Kad bismo zbrojili broj učenika koji imaju sestru i broj onih učenika koji imaju brata, u tom bi se zbroju dva puta pojavili oni koji imaju i sestru i brata. Označimo njihov broj s x. Tada je $26=12+18-x$, $26=30-x$, $x=4$.

17. **B.** Za 5 lopti potrošio bi dio svoga novca. Za još dvije dodatne lopte potrošio bi i onih 10 kuna koje su mu preostale od kupovine 5 lopti i još bi morao dodati 22 kn. Dakle, dvije lopte stoje $10+22=32$ kn, tj. jedna lopta ima cijenu 16 kn.

18. **C.** Za prvih 9 stranica upotrijebljeni su jednoznamenkasti brojevi, tj. upotrijebljeno je 9 znamenki. Preostalih $35-9=26$ znamenki upotrebljeno je za dvoznamenkaste brojeve, tj. za 13 brojeva. Dakle, knjiga ima 22 stranice.

19. **B.** Prozor se nalazi na onoj bočnoj strani kuće koja je više udaljena od vrata, a to na B slici nije slučaj.

20. **E.** Vrijedi: $v+s+m=10$ i $4v+2s+m=16$. Drugu jednadžbu zapišimo ovako: $(v+s+m)+(3v+s)=16 \quad 10+3v+s=16$, tj. $3v+s=6$. Znamo da je $v\geq 1$. Kad bi bilo $v=2$, tada bi bilo $s=0$, ali to nije istina. Dakle, $v=1$.

21. **D.** Bijelih linija ima 8, pa crnih širokih ima 5, a uskih 4.

22. **D.** 23. **B.** $p+3m=3p+2m$, pa je $2p=m$. 24. **A.**

RJEŠENJA ZA 2003.-B

1. **C.** Rezultati su ponuđenih izraza redom: $5, 0, 6, 0, 0$.

2. **B.** Svaki peti klokan iste je boje. Budući da je $27=5\cdot 5+2$, znači da je 27. klokan ujedno drugi nakon pete grupe od pet raznobojnih klokana. Taj je klokan zelene boje.

3. **A.** To su brojevi od 3 do 15 i ima ih 13. 4. **C.** $V(2,3,4)=12$.

5. **B.** Iz podataka u donjem prstenu izračunamo B. $B = 55 - (11 + 14 + 2 + 13 + 7) = 55 - 47 = 8$. Tada je $A = 55 - (8 + 11 + 8 + 9 + 9) = 55 - 45 = 10$.

6. **A.** $9 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 10 \cdot 1 = 900 + 90 + 10 = 1\,000$.

7. **D.** Stranica kvadrata duga je 9 cm. Tada su dimenzije pravokutnika 9 cm i 2 cm. Dakle, $x = 9 + 2 = 11$ cm.

8. **C.** Vidi 6. zadatak iz 2003.-E.

9. **C.** Polumjer je gornje lopte 2 dm, a stranica je kocke $4 + 2 = 6$ dm. Visina je $12 + 6 + 4 = 22$ dm.

10. **B.** Stranica kvadrata B duga je 1. Tada je stranica kvadrata u gornjem desnom kutu duga 4, pa je stranica kvadrata A duljine 5. Površina je od A 25, tj. sadrži 25 kvadrata B.

11. **D.** $\frac{2\,003+2\,003+2\,003+2\,003+2\,003}{2\,003+2\,003} = \frac{5 \cdot 2\,003}{2 \cdot 2\,003} = \frac{5}{2}$.

12. **B.** Na putu prema bazenu označio je stabla neparnim rednim brojem, a neoznačena su ostala stabla s parnim rednim brojem. Na povratku natrag označioje prvo 16. stablo, pa je preskočio 14. i 12., označio je 10., te nije označio 8. i 6., te je konačno označio i 4. stablo. Neoznačena su ostala stabla s rednim brojem 14., 12., 8., 6. i 2., tj. njih 5.

13. **A.** Prvo s x označimo stranicu bijeloga kvadrata, a s b kraću stranicu pravokutnika; tada je dulja stranica pravokutnika $b + x$. Tada je $40 = 2\big(b + (b + x)\big)$, tj. $20 = 2b + x$. Duljina je stranice kvadrata $ABCD$ $2b + x$, pa mu je površina $20 \cdot 20 = 400$ cm^2.

14. **B.** $2\,003$ min = 33 h 23 min = 1 dan 9 h 23 min. Od dana 20. 03. 2003. prošao je 1 dan 9 h 23 min, pa je riječ o datumu 22. 03. 2003.

15. **B.** Najkraći je put onaj koji prati sva tri brida kvadra točno jednom. Iz vrha A možemo krenuti prema B na 3 načina. Iz sljedećega vrha možemo krenuti na 2 načina (ne smijemo se vratiti prema vrhu A), i zatim na jedinstven način dolazimo do B. Dakle, postoji $3 \cdot 2 = 6$ najkraćih putova.

16. **D.** Vidi 21. zadatak u 2003.-E.

17. **B.** Vidi 19. zadatak u 2003.-E.

18. **C.** Iz prvoga položaja zaključujemo da voda zauzima točno pola obujma čaše. Dakle, u drugom je položaju visina vode 5 cm.

19. **B.** U neparnim recima tablice nalaze se parni brojevi počevši od desetice, na primjer u 3. su retku brojevi $10, 12, 14, 16, 18$; a zatim su u sljedećem (parnom) retku neparni brojevi koji počinju jednakom znamenkom. U B isječku u prvom su retku neparni brojevi koji počinju sa 6, pa su u sljedećem parni koji počinju sa 7, i zadnji od njih je 78. Dakle, u trećem retku nema još jednoga polja desno od 78.

20. **D.** Vidi 22. zadatak u 2003 E.

21. **D.** Zbroj duljina dviju stranica trokuta mora biti veći od duljine treće stranice trokuta. Možemo složiti trokute: $(2, 2\,001, 2\,002)$, $(2, 2\,002, 2\,003)$, $(3, 2\,001, 2\,002)$, $(3, 2\,001, 2\,003)$, $(3, 2\,002, 2\,003)$, $(2\,001, 2\,002, 2\,003)$.

22. **A.** U visini od 100 cm imamo 50 dužina duljine 1 cm na lijevoj strani i isto toliko na desnoj. Dakle, ukupna je duljina dužina na bočnim stranama $50 + 50 = 100$. Vodoravnih je dužina 101. Dakle, $|AB| = 100 \cdot 101 + 100 = 10\,200$ cm.

23. **D.** U 30 cm imamo 5 hipotenuza malih pravokutnih trokuta. Dakle, hipotenuza je duga 6 cm. Ta je hipotenuza, zapravo, dijagonala kvadrata koji se sastoji od tih dvaju pravokutnih trokuta. Površina je kvadrata $\frac{d \cdot d}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$, a imamo $\frac{5}{2}$ takvih kvadrata. Površina je lika $\frac{5}{2} \cdot 18 = 45$ cm^2.

24. **A.** Tri kvadrata i neke prenesene desetice odgovaraju broju 20. Slijedi da kvadratu odgovara broj 6 jer bi za broj 5 i manje trebalo barem 5 prenesenih desetica, a to je nemoguće dobiti pri zbroju 3 jednoznamenkasta broja. Sad imamo:

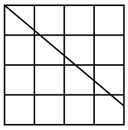
$$\begin{array}{cccc} & 6 & 6 & 6 \\ & 6 & 6 & \bigcirc \\ & 6 & \triangle & \triangle \\ \hline 2 & 0 & 0 & 3 \end{array}$$

Odatle slijedi da je $6 + 6 + \triangle + P = 20$, pri čemu je P prijenos dobiven od zbroja znamenki jedinica. Ako je $P = 0$, tada je $\triangle = 8$, pa je $6 + \bigcirc + 8 = 3$, a to je nemoguće. Ako je $P = 1$, tada je $\triangle = 7$, i $6 + \bigcirc + 7 = 13$, tj. $\bigcirc = 0$. Ako je $P = 2$, tada je $\triangle = 6$ i $6 + \bigcirc + 6 = 23$, tj. $\bigcirc = 11$, što je nemoguće. Dakle, $\triangle = 7$, i $\bigcirc = 0$, tj. $\square + \bigcirc = 6 + 0 = 6$.

RJEŠENJA ZA 2003.-C

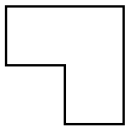
1. **B.** Vidi 12. zadatak u 2003.-B .

2. **D.** Crta može prijeći preko 7 polja. Primjer takve crte dan je na slici.



3. **E.** Vrijedi $\frac{a+b+c+d+e}{5} = 6000$, gdje su a, b, c, d, e cijene papiga, tj. $a+b+c+d+e = 30000$. Nakon bijega papige e vrijedi: $a+b+c+d = 4 \cdot 5000 = 20000$. Tada je očito $e = 10000$.

4. **D.** Na slici je šesterokut s pet pravih kutova.



5. **B.** Budući da boca i čaša imaju jednako tekućine kao posuda, a istovremeno boca ima kao čaša i vrč, slijedi da dvije čaše i vrč imaju tekućine kao posuda. Osim toga, posuda može primiti $\frac{3}{2}$ tekućine vrča, pa dvije čaše imaju jednako tekućine kao $\frac{1}{2}$ vrča. Dakle, vrč može primiti tekućine kao 4 čaše.

6. **E.**

7. **C.** 768 ima 8 faktora 2. Svaka dvojka pomnožena s peticom dat će završnu znamenku 0. $7\,500 \cdot 768 = 10^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 3 = 10^4 \cdot 3^2 \cdot 2^6$, $5\,000 \cdot 768 = 10^3 \cdot 5 \cdot 2^8 = 10^4 \cdot 2^7$ $3\,125 \cdot 768 = 5^5 \cdot 2^8 \cdot 3 = 10^5 \cdot 2^3 \cdot 3$, $2\,500 \cdot 768 = 10^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 3 = 10^4 \cdot 2^6 \cdot 3$, $10\,000 \cdot 768 = 10^4 \cdot 2^8 \cdot 3$. S najviše nula završava broj $3\,125 \cdot 768$.

8. **A.**

9. **C.** Obujam je cilindra 42. Površina baze dijeli obujam, pa su dimenzije pravokutnika jedne od ovih: 1×1, 1×2, 1×3, 1×6, 1×7, 1×14, 1×21, 2×3, 2×7, 3×7, 2×21, 3×14. Jedino pravokutnik dimenzija 2×7 ima opseg 18. Površina mu je 14, pa je visina kvadra $42 : 14 = 3$ cm.

10. **C.** Označimo s x broj bodova pri pogotku u najmanji krug, s y broj bodova za srednji vijenac i sa z broj bodova za najveći vijenac. Tada je $2y + z = 29$, $2x + z = 43$, $2x + y = 47$. Iz drugih dviju jednadžbi imamo $y - z = 4$, tj. $y = z + 4$, pa uvrstimo li u prvu jednadžbu, dobivamo: $2(z + 4) + z = 29$, $3z = 21$, $z = 7$. $y = 11$, $x = 18$. Četvrtoj meti odgovara zbroj $x + y + z = 18 + 11 + 7 = 36$.

11. **E.** $T = 80\%(T + 2\,000), T = 8\,000$ kg. Nakon istovara ostalo je $6\,000$ kg. $6\,000$ kg od $(6\,000 + 2\,000) = \frac{6\,000}{8\,000} = 75\%$.

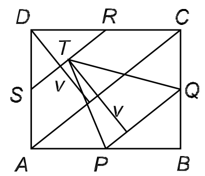
12. **D.** Unutarnji kvadrat upisan je u krug pa ima duljinu stranice $a = \frac{2r}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}r = 3\sqrt{2}$ cm. Površina osjenčanoga dijela jednaka je razlici površine kruga i unutarnjega kvadrata, tj. $P = r^2\pi - a^2 = 9\pi - 18 = 9(\pi - 2)$ cm^2.

13. **D.** Vidi 21. zadatak u 2003.-B. 14. **C.**

15. **D.** $|AB| = |AD| - |BC|$ i $|CD| = |CF| - |DF|$ pa je $|AB| = |CD|$.

16. **C.** 17. **D.** Vidi 20. zadatak u 2003.-B .

18. **B.**



Označimo duljinu dijagonale $\overline{AC}$ s d, a duljinu visine iz vrha D na $\overline{AC}$ s v. Tada je i duljina visine iz točke T na $\overline{PQ}$ jednaka v. $\overline{PQ}$ je srednjica trokuta ACB, pa je $|PQ| = \frac{1}{2}d$. Tada je $P(PQT) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}d \cdot v = \frac{1}{4}dv$ i $P(ABCD) = 2 \cdot \frac{dv}{2} = dv$, tj. $P(PQT) = \frac{1}{4}P(ABCD)$.

19. **D.** Vidi 13. zadatak u 2003.-J. 20. **C.**

21. **B.** $\angle MAN = \angle NBP$, pa je $\angle MAN + \angle MBN = \angle NBP + \angle MBP$. $\angle MBP = \angle NCQ$, pa je $\angle MBP + \angle MCN = \angle MCQ$ itd. Napokon se dobije da je taj zbroj jednak $\angle MES$, tj. $45°$.

22. **E** Prvi krak trokuta označenog s 0 neka je na $0°$, prvi krak trokuta označenog s 1 tada je na $100°$, itd. Trokut koji će u potpunosti prekriti trokut 0 je onaj kojeg je prvi krak označen višekratnikom od $360°$ i od $100°$, a to je $1\,800°$. Riječ je o trokutu 18.

23. **A** Broj n dijeli $2\,003 - 23 = 1\,980$ i veći je od ostatka, tj. $n > 23$. Djelitelji su broja $1\,980$ koji su veći od 23: $1\,980, 990, 485, 388, 198, 97$.

24. **B** Uvedimo oznake: $\beta = \angle ABC = \angle ACD, \angle BAC = \alpha$, $\angle EDC = x$. Budući da je $\angle DAE = \alpha - 30°$ iz $\triangle ADE$ dobivamo $\angle DEA = \frac{210° - \alpha}{2}$. Tada je $\angle CED = 180° - \angle DEA = \frac{150° + \alpha}{2}$ i $x = 180° - \angle CED -$

$\angle ECD = 180° - \left(\frac{150°+\alpha}{2} + \beta\right) = 180° - 75° - \frac{\alpha+2\beta}{2} = 180° - 75° - 90° = 15°$.

RJEŠENJA ZA 2003.-J

1. **D.**

2. **A.** Ako je omjer površina 4, tada je omjer promjera 2, pa je rješenje 2.4 m.

3. **A.** 1 i 2 paralelogrami su kojih su osnovice a i imaju jednake visine, dok se 3 sastoji od dvaju paralelograma kojih su osnovice a, a zbroj je visina jednak visini paralelograma 1, odnosno 2.

4. **E.** $2n^3 + 2\,003$ zbroj je parnog i neparnoga broja, pa je uvijek neparan.

5. **D.** $180° = \alpha + \beta + \gamma = \alpha + 2\alpha + 3\alpha = 6\alpha$, pa je $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 90°$.

6. **B.** $2\,003 \cdot A = 22255\ldots 55\,333$, pa je zbroj znamenaka: $B = 3 \cdot 2 + 2\,000 \cdot 5 + 3 \cdot 3 = 10\,015$.

7. **C.** Tamne su kocke u drugome donjemu redu, a srednja u prvome donjemu redu.

8. **D.** Treba biti: $X + Y + Z = 10 + X$ i $X + Y + Z + 1 = 10Z + Y$. Odavde dobivamo: $X + 1 = 9Z$, pa mora biti $Z = 1$, odnosno $X = 8$ i $Y = 9$.

9. **B.** Vidi 18. zadatak u 2003.-C.

10. **D.** Ako klokan prema pašnjaku trči t sekundi tada je: $5t = 4(15 \cdot 60 - t)$, pa je $t = 400s$ i udaljenost je $5 \cdot 400 = 2\,000$ m $= 2$ km.

11. **B.** Ako s x označimo sadržaj bačve, dobivamo jednadžbu: $0.7x = 0.3x + 30$, pa je $x = 75$.

12. **C.** Anin je broj 984, a Barbarin 128. Razlika je 856.

13. **D.** $11^2 + 7^2 =$ sivo $-B_1 - B_2 + B_3$, a $9^2 + 5^2 =$ crno $+B_1 + B_2 - B_3$. Tada je sivo - crno $= 11^2 + 7^2 - 9^2 - 5^2 = 64$.

14. **D.** Izraz je jednak: $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \ldots \cdot \frac{2\,003}{2\,002} \cdot \frac{2\,004}{2\,003} = \frac{2\,004}{2} = 1\,002$.

15. Iz pravokutnoga trokuta kojemu su vrhovi u središtima dvaju polukrugova i središtu male kružnice imamo: $2(1+r^2)=2^2$, pa je $r=\sqrt{2}-1$.

16. **E.** Dobije se $a_3=\frac{1}{2}$, $a_4=\frac{2}{\frac{1}{2}}=4$, $a_5=\frac{\frac{1}{2}}{4}=\frac{1}{8}$, …, pa se niz može zapisati kao: $\frac{1}{2^0}$, 2, $\frac{1}{2^1}$, 2^2, $\frac{1}{2^{1+2}}=\frac{1}{2^3}$, $2^{3+2}=2^5$, $\frac{1}{2^{3+5}}=\frac{1}{2^8}$, $2^{5+8}=2^{13}$, $\frac{1}{2^{8+13}}=\frac{1}{2^{21}}$, $2^{13+21}=2^{34}$.

17. **A.** Trokut ADE i trokut ABC slični su, s koeficijentom sličnosti $\frac{10}{15}=\frac{3}{2}$, pa je omjer površina $\frac{3^2}{2^2}$.

18. **C.** Površina je četverokuta $OPCQ$ jednaka površini trokuta BCD. Naime, pravokutni trokuti DRQ i ROT sukladni su (SKK), a također i trokuti SBP i SOT.

19. **B.** D u svakom slučaju ne govori istinu. Ako A govori istinu, tada B i C lažu. Ako B govori istinu, tada A i C ne govore istinu, a ako C govori istinu, tada A i B ne govore istinu. Zato uvijek samo jedno dijete govori istinu.

20. **C.** Pravokutni trokut u desnom kutu pravokutnika ima katete 6 i $12-x$, a hipotenuzu x. Tada je $x^2=(12-x)^2+6^2$. Zato je $x=7.5$ cm.

21. **B.** Ako zapišemo $x=-3+s$, $y=3+t$, imamo: $(s+t)^2=st$, što je $s^2+t^2=-s\cdot t$. Ova jednadžba ima samo trivijalno rješenje: $s=t=0$ (to vidimo ako za $s\neq 0\neq t$ jednadžbu podijelimo sa $s\cdot t$).

22. **D.** Najdulji je niz brojeva 6, 7, 8, 9, 10, 11,12, 13.

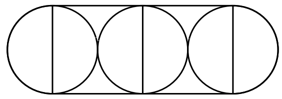
23. **C.** Ostale su tvrdnje uvijek točne, a moguće je složiti knjige tako da tvrdnja C ne vrijedi, recimo kao u slučaju: MMFMMFMMF...MMFMM.

24. **C.** Jer ako se broje jedinice u jednoznamenkastim, dvoznamenkastim,… sedmeroznamenkastim brojevima imamo: $1+3+8+20+48+112+256=448$. Ako brojimo u koliko se brojeva nalazi jedna, dvije, tri, …, sedam jedinica, dobijemo: $\binom{7}{1}\cdot 1+\binom{7}{2}\cdot 2+\binom{7}{3}\cdot 3+\binom{7}{4}\cdot 4+\binom{7}{5}\cdot 5+\binom{7}{6}\cdot 6+\binom{7}{7}\cdot 7=448$.

RJEŠENJA ZA 2003.-S

1. **D.** 2. **E.**

3. **B.** Povucimo usporednice kroz središte trokuta. Nastaju 2 kvadrata, i sa svake strane polukružnica.



4. **D.** Promjer je dvostruko veći od polumjera, a u obujmu se polumjer kubira, pa je dobio rezultat 8 puta veći od ispravnog.

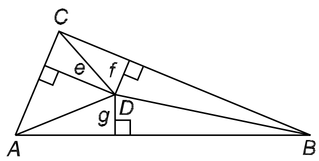
5. **A.** $2^{n+2003} + 2^{n+2003} = 2 \cdot 2^{n+2003} = 2^{n+2004}$

6. **A.** Od 1999. do 2002. u školu je upisano $4 \cdot 325 = 1\,300$ učenika. Prosječni godišnji broj od 1999. do 2003. iznosi $1.2 \cdot 325 = 390$. U tih pet godina upisano je $390 \cdot 5 = 1950$ učenika, pa je u 2003. upisano $1950 - 1300 = 650$.

7. **E.** Prva je krivulja kružnica sa središtem u ishodištu i polumjerom 1, a druga parabola okrenuta prema gore. Zbog simetričnosti obiju krivulja s obzirom na y-os imat će samo jednu točku presjeka, ako parabola dira tjemenom kružnicu. To je za $m = 1$.

8. **A.** Broj u osjenčanom polju ima svojstvo da se u njegovu rastavu na proste faktore pojavljuju barem dva jednaka faktora. Jedini je od predloženih brojeva koji to nema $154 = 2 \times 7 \times 11$.

9. **C.** Površinu trokuta izračunavamo kao zbroj površina triju trokuta kojima je jedan vrh D, a druga su dva vrhovi velikoga trokuta. $P = 5e/2 + 12f/2 + 13g/2$, $30 = (5e + 12f + 13g)/2$, $5e + 12f + 13g = 60$.



10. **A.** 11. **A.** $p = 2 \cdot 9!/10! = 1/5$.

12. **B.** $1 + 2\,003 \cdot 2\,005 = 1 + (2\,004^2 - 1^2) = 2\,004^2$, pa je vrijednost unutarnjega korijena 2004. Dalje je $1 + 2\,002 \cdot 2\,004 = 1 + 2\,003^2 - 1 = 2\,003^2$, itd.

13. **C.** $a = 13$, $b = 15$, $v_c = 12$ (jer je visina kraća od stranice). Neka su x i y ortogonalne projekcije stranica a i b na stranicu c. Tada je $x = \sqrt{a^2 - v_c^2} = 5$, $y = 9$, $c = x + y = 14$, $P = cv_c/2 = 84$.

14. **E.** $5^{21} = (5^3)^7 = 125^7$, $2^{49} = (2^7)^7 = 128^7$. Između njih su dva broja: 126^7 i 127^7.

15. **A.** Primjenom sličnosti u velikom trokutu imamo: $(v-1) : 1 = v : 2$, $v = 2$, pri čemu je v visina trokuta. Površina je trokuta 2, a osjenčanu površinu dobijemo oduzimanjem površine kvadrata, što je 1.

16. **D.** $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \ldots + 2^2 - 1^2 = (100 - 99)(100 + 99) + \ldots + (2 - 1)(2 + 1) = 199 + 195 + \ldots 3 = 25(6 + 49 \cdot 4) = 5\,050$, jer je riječ o zbroju aritmetičkoga niza: $a_1 = 3$, $d = 4$, $n = 50$.

17. **B.** $a^3 + 1/a^3 = (a + 1/a)^3 - 3(a + 1/a) = \sqrt{6}^3 - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$.

18. **C.** Ako s F_n, $n > 3$, označimo broj dijelova za opisani n-terokut, tada imamo rekurziju: $F_n = F_{n-1} + (n - 1) + n$, $F_3 = 1$, pa za $n = 16$ dobivamo zbroj $1 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + \ldots + 31 = 248$.

19. **C.** Točka P leži na kružnici $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ i $y = r$, pa imamo: $(x - 2)^2 = 4(r - 1)$. x i r prirodni su brojevi pa mora biti $r - 1 = 1$ ili $r - 1 = 4$, tj. ili $r = 2$ ili $r = 5$. $r = 2$ nije u skladu s uvjetom. Dakle, $r = 5$, i tada je $x = 6$.

20. **E.** Formiramo tablicu u koju upisujemo cijenu jakne i odgovarajući broj kupaca te dobit za svaku od tih mogućnosti, te uočimo u toj tablici slučaj kad je dobit maksimalna.

21. **E.** Uvedimo koordinatni sustav tako da je $A(0, 0)$, $B(a, 0)$, $C(a, b)$, $D(0, b)$. Tada je $P(a, b/2)$, $R(0, b/2)$, $Q(a/2, b)$, $M(a/4, 3b/4)$. Površina trokuta AMP jednaka je $5ab/16$.

22. **B.** Lako se vidi da se u ovom nizu ponavlja svaki 6. član. Tada je $a_0 = \ldots = a_{1998} = 4$, $a_1 = \ldots = a_{1999} = 6$, $a_{2000} = 6/4 = 3/2$, $a_{2001} = 1/4$, $a_{2002} = 1/6$ i, napokon, $a_{2003} = 2/3$.

23. **A.** Pomoću Pitagorina poučka dobivamo da je hipotenuza trokuta ABC duga 20, a tada, opet primjenom istog poučka, izračunamo i hipotenuzu trokuta ACE, tj. $AE = |25|$. Trokuti ABC i ACE slični su pa je kut BAC jednak kutu EAC i kut BCA jednak kutu CEA. Pravac AC transverzala je paralelnih pravaca AB i CD, pa je kut BAC jednak kutu ACD, tj. trokut je AFC jednakokračan, tj. $|AF| = |FC|$. Kut FCE jednak je kutu ACB (oba su jednaka komplementu kuta ACF), pa je i trokut FCE jednakokračan, tj. $|FC| = |FE|$. Dakle, $|AF| = |FE| = |FC|$, tj. $|FC| = 25/2$, što je osnovica trokuta AFC, a odgovarajuća je visina 12, pa je površina 75.

24. **D.** Pomoću zamjene $x^2 + 1 = t$ izračunamo: $f(t) = (t - 1) = t^2 + 2t - 3$, pa je $f(x^2 - 1) = (x^2 - 1)^2 = (x^2 - 1)^2 + 2(x^2 - 1) - 3 = x^4 - 4$.