VI. *KLOKAN BEZ GRANICA* 2004.

U Hrvatskoj je po šesti put 18. ožujka 2004. godine održano međunarodno matematičko natjecanje *Klokan bez granica*. Te su se godine uz 28 europskih zemalja natjecale i SAD, Venezuela, Meksiko, Paragvaj, Brazil, te Kazahstan i Pakistan. Prema svom opsegu to je najveće školsko natjecanje na svijetu - jer je 3 186 493 učenika rješavalo iste zadatke isti dan u isto vrijeme. Najveći je broj učenika bio u Rusiji - 723 747, zatim u Francuskoj, zemlji u kojoj se prvi put organiziralo ovo natjecanje (406 000), te u Poljskoj (400 660). U Češkoj, Njemačkoj i Rumunjskoj bilo je više od 200 000 natjecatelja. U svim zemljama natjecanje je s radošću očekivano, a zgodno odabrani zadaci s veseljem su rješavani pa je postignut glavni cilj, a to je: zainteresirati učenike za rješavanje matematičkih zadataka.

Natjecanje koje je u Hrvatskoj počelo 1999. godine sa skromnih 2 000 sudionika do 2004. godine proširilo se na 15 080 učenika u 164 osnovnih i 95 srednjih škola u svim županijama. Sudjelovao je 4 931 učenik IV. i V. razreda osnovnih škola, 4 262 učenika VI. i VII. razreda, 2 981 učenik VIII. razreda osnovne i I. razreda srednje škole, 2 088 učenika II. i III. razreda srednje škole i 818 učenika završnoga razreda srednje škole. Pravila su ostala ista kao u prethodnim godinama, s tim da se promjena uvedena 2003. godine koja se odnosi na smanjenje broja zadataka s 30 na 24 u kategorijama C, J i S i dalje zadržala.

Učenici su rješavali zadatke koji su dani na sljedećim stranicama.

Zadatci za učenike IV i V. razreda osnovnih škola

2004.-E

ZADATCI S 3 BODA

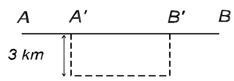
1. $2\,001 + 2\,002 + 2\,003 + 2\,004 + 2\,005 = ?$

   A. 1 015 **B.** 5 010 **C.** 10 150 **D.** 11 005 **E.** 10 015

2. Petar je imao 4 godine kada mu se rodila sestra. Danas slavi deveti rođendan. Kolika je razlika u godinama između njega i njegove sestre?

   A. 4 godine **B.** 5 godina **C.** 9 godina **D.** 13 godina **E.** 14 godina

3. Na slici je punom crtom predočena cesta koja povezuje grad A i grad B, a isprekidanom crtom zaobilaznica dijela A' B' koji se popravlja. Koliko kilometara više mora prijeći onaj koji za put od grada A do grada B ide zaobilaznicom?

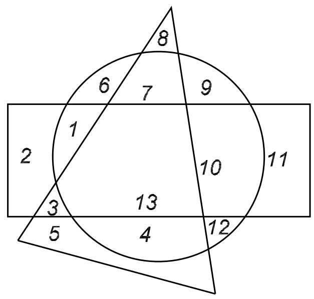


   A. 3 km **B.** 5 km **C.** 6 km **D.** 10 km **E.** nemoguće je izračunati

4. Na telefonskoj se žici odmara nekoliko lastavica. U jednom trenutku 5 lastavica odleti, a zatim se 3 vrate. U tom trenutku na žici ih je 12. Koliko je lastavica bilo na početku?

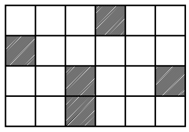
   A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 12 **E.** 14

5. Koji su brojevi napisani u području koje pripada pravokutniku i krugu, ali ne i trokutu?



A. 5 i 11 **B.** 1 i 10 **C.** 13 **D.** 3 i 9 **E.** 6, 7 i 4

6. Koliko bijelih kvadrata treba osjenčati da bi broj osjenčanih kvadrata bio jednak polovici broja bijelih kvadrata?

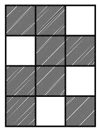


A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 6 **E.** to je nemoguće

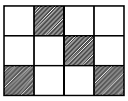
7. Djevojčice i dječaci iz razreda u kojemu su Marija i Marko stali su u kolonu jedan iza drugog. Iza Marije je 16 učenika, a jedan od njih je Marko. Ispred Marka je 14 učenika, a jedna od njih je Marija. Između Marka i Marije ima 7 učenika. Koliko učenika ima u razredu u kojemu su Marija i Marko?

A. 37 **B.** 30 **C.** 23 **D.** 22 **E.** 16

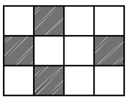
8. Koji je od pravokutnika A. do E. moguće prekriti uzorkom na desnoj strani tako da nastane sasvim bijeli ili sasvim osjenčani pravokutnik?



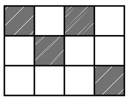
A.



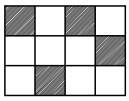
B.



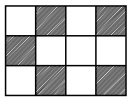
C.



D.

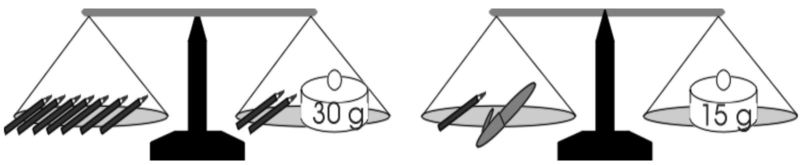


E.



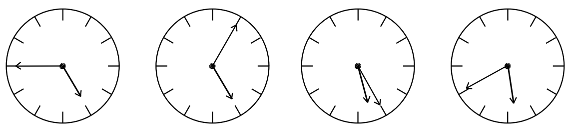
ZADATCI S 4 BODA

9. Koliko grama iznosi masa nalivpera?



A. 6 g **B.** 7 g **C.** 8 g **D.** 9 g **E.** 10 g

10. Na slici vidite ono što ja u istom trenutku vidim na četiri različita sata. Samo jedan od njih pokazuje točno vrijeme. Jedan žuri 20 minuta. Drugi kasni 20 minuta. Treći je stao. Koliko je sati?



A. 4 sata i 45 minuta **B.** 5 sati i 5 minuta

C. 5 sati i 25 minuta **D.** 5 sati i 40 minuta

E. nemoguće je odrediti

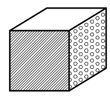
11. Gabrijela je Josipu donijela košaru s jabukama i narančama. Josip je pojeo polovicu jabuka i trećinu naranača. Koji je dio voća ostao u košari?

A. polovica svog voća **B.** više od polovice svog voća

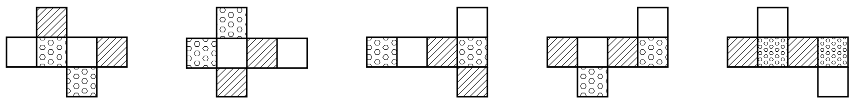
C. manje od polovice svog voća **D.** jedna trećina svog voća

E. manje od jedne trećine svog voća

12. Kocka (desno) obojana je trima bojama, i to tako da svaka strana ima istu boju kao njoj nasuprotna strana. Koja je od nacrtanih mreža upravo mreža te kocke?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**



13. Katarina je našla staru knjigu u kojoj neke stranice nedostaju. U otvorenoj knjizi lijevo je stranica označena brojem 24, a sljedeća stranica (na desnoj strani) označena je brojem 45. Koliko listova nedostaje u knjizi?

A. 9 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 20 **E.** 21

14. Marina je 52 dana starija od prijateljice Ivane. Ove je godine Marina svoj rođendan proslavila jednog utorka u ožujku. Koji je dan u tjednu ove godine rođendan proslavila Ivana?

A. ponedjeljak **B.** utorak **C.** srijedu **D.** četvrtak **E.** petak

15. Koji od brojeva nije jednak $671 - 389$?

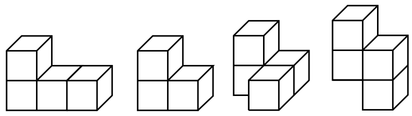
A. $771 - 489$ **B.** $681 - 399$ **C.** $669 - 391$ **D.** $1\,871 - 1\,589$ **E.** $600 - 318$

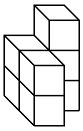
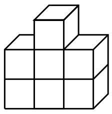
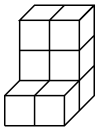
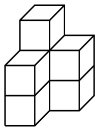
16. Unutar svakog od četiriju kvadrata mreže 2×2 upisan je broj. Ako je zbroj brojeva u prvom redu 3, zbroj brojeva u drugom redu 8, a zbroj brojeva u prvom stupcu 4, koliko iznosi zbroj brojeva u drugom stupcu?

A. 4 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 11

ZADATCI S 5 BODOVA

17. Tijela A, B, C, D napravljena su od 7 kocaka. Koje od njih nije moguće oblikovati pomoću 2 od 4 nacrtana elementa?



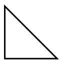
A.  **B.**  **C.**  **D.** 

E. sva 4 tijela moguće je formirati od 2 elementa

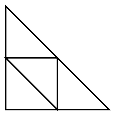
18. Zbroj znamenaka broja koji ima 10 znamenaka iznosi 9. Koliki je umnožak znamenaka toga broja?

A. 0 **B.** 1 **C.** 45 **D.** $9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 2$

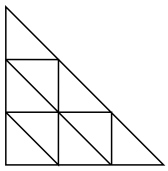
E. ovisi o znamenkama zadanoga broja

19. 

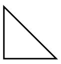
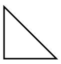
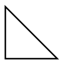
A_1

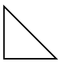
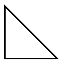
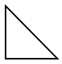
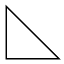
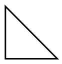


A_2

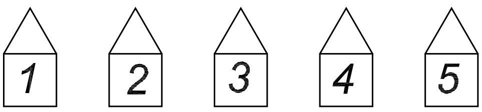


A_3

$A_1 = 1$  $A_2 = 4$  $A_3 = 9$  $A_5 = ?$

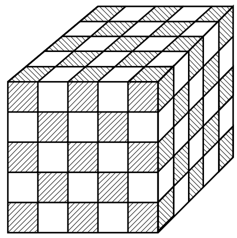
A. 15  **B.** 20  **C.** 25  **D.** 30  **E.** 50 

20. U ulici je 5 kuća: plava, crvena, žuta, ružičasta i zelena. Kuće su označene brojevima od 1 do 5. Plava i žuta kuća označene su parnim brojevima. Crvena kuća ima za susjeda samo plavu kuću. Plava se kuća nalazi između zelene i crvene. Koje je boje kuća označena brojem 3?



A. plave **B.** crvene **C.** žute **D.** ružičaste **E.** zelene

21. Kocka s bridom duljine 5 sastoji se od crnih i bijelih jediničnih kocaka, i to tako da bilo koje dvije susjedne kocke imaju različitu boju, dok su kocke na vrhovima velike kocke crne. Koliko ima bijelih kocaka?



A. 62 **B.** 63 **C.** 64 **D.** 65 **E.** 68

22. Da bi se napravio beton, potrebno je pomiješati 4 lopate šljunka, 2 lopate pijeska i 1 lopatu cementa. Koliko je lopata šljunka potrebno da bi se napravilo 350 lopata betona?

A. 200 **B.** 150 **C.** 100 **D.** 87,5 **E.** 50

23. Nakon tri utakmice nogometnoga prvenstva, *Platypus United* zabio je tri gola i primio jedan. Ako dobiva tri boda za pobjedu, jedan bod za neriješeno i nijedan za poraz, koliko bodova momčad trenutno ne može imati?

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4 **E.** 3

24. Ovo je tablica množenja. Koja dva slova označuju isti broj?

x				7
	J	K	L	56
	M	36	8	N
	O	27	6	P
6	18	R	S	42

A. L i M **B.** O i N **C.** R i P **D.** K i P **E.** M i S

Zadatci za učenike VI. i VII. razreda osnovnih škola

2004.-B

ZADATCI S 3 BODA

1. Koliko je $1\,000 - 100 + 10 - 1$?

   A. 111 **B.** 900 **C.** 909 **D.** 990 **E.** 999

2. Ivan ima 16 igraćih karata različitih boja: 4 pika ($\spadesuit$), 4 trefa ($\clubsuit$), 4 karo ($\diamondsuit$) i 4 srca ($\heartsuit$). Karte stavlja u kvadrate, i to tako da u svakom retku i stupcu budu karte različitih boja. Kvadrat je počeo popunjavati na prikazan način. Koja će se karta nalaziti na mjestu upitnika?

   A. $\spadesuit$ **B.** $\clubsuit$ **C.** $\diamondsuit$ **D.** $\heartsuit$

   E. ne možemo odrediti

$\spadesuit$		?	$\heartsuit$
$\clubsuit$	$\spadesuit$		
	$\diamondsuit$		
	$\heartsuit$		

3. $(10 \times 100) \times (20 \times 80) =$

   A. $20\,000 \times 80\,000$ **B.** $2\,000 \times 8\,000$ **C.** $2\,000 \times 80\,000$

   D. $20\,000 \times 8\,000$ **E.** $2\,000 \times 800$

4. 360 000 sekundi jednako je:

   A. 3 sata **B.** 6 sati **C.** 8.5 sati **D.** 10 sati **E.** više od svega navedenog

5. Vladimir je skupio 2 004 kovanice. Pakira ih po pet u svaku kutijicu. Koliko ima punih kutijica?

   A. 5 **B.** 400 **C.** 401 **D.** 402 **E.** 404

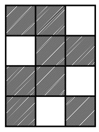
6. Koji od danih brojeva nije faktor broja 2 004?

   A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8 **E.** 2

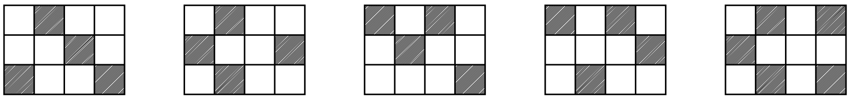
7. Tri člana zečje obitelji pojela su 73 mrkve. Otac je pojeo 5 mrkava više od majke, a sin zečić samo 12 mrkava. Koliko je mrkava pojela majka?

   A. 27 **B.** 28 **C.** 31 **D.** 33 **E.** 56

8. Koji je od pravokutnika A. do E. moguće prekriti uzorkom na desnoj strani tako da nastane sasvim bijeli ili sasvim osjenčani pravokutnik?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**

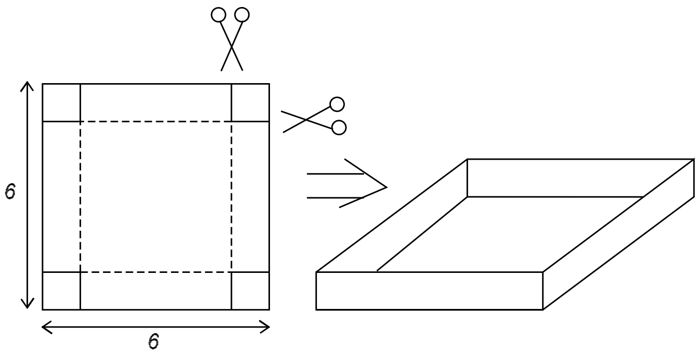


ZADATCI S 4 BODA

9. Devet autobusnih stanica jednako su udaljene jedna od druge. Udaljenost je od prve do treće stanice 600 m. Kolika je udaljenost od prve do zadnje stanice?

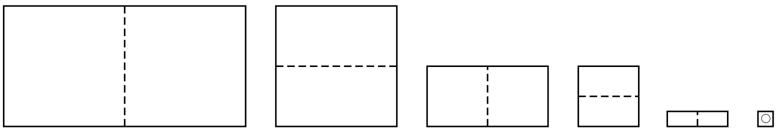
A. 1 200 m **B.** 1 500 m **C.** 1 800 m **D.** 2 400 m **E.** 2 700 m

10. Koliki je obujam kutije napravljene od kartona dimenzija 6 cm×6 cm?



A. 25 cm^3 **B.** 36 cm^3 **C.** 30 cm^3 **D.** 16 cm^3 **E.** 24 cm^3

11. Krešimir preklapa papir pet puta (kako je prikazano na slici), a zatim u sredini izbuši rupu. Kad rasklopi papir, koliko je rupa na papiru?

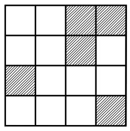


A. 6 **B.** 10 **C.** 16 **D.** 20 **E.** 32

12. Masa 3 jabuke i 2 naranče iznosi 255 g. Masa 2 jabuke i 3 naranče iznosi 285 g. Sve su jabuke pojedinačno iste mase i sve su naranče pojedinačno iste mase. Kolika je masa jedne jabuke i jedne naranče?

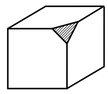
A. 110 g **B.** 108 g **C.** 105 g **D.** 104 g **E.** 102 g

13. Koliko najmanje malih kvadrata treba obojiti da se dobije barem jedna os simetrije na slici?

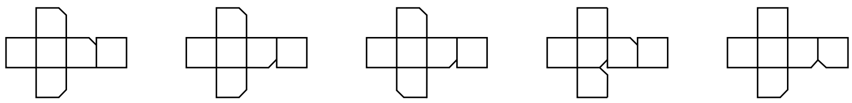


A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

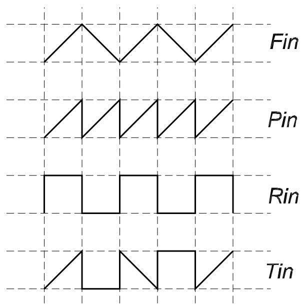
14. Od kocke smo odrezali jedan kut. Koja od dolje nacrtanih mreža odgovara toj kocki?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**



15. Četiri puža krenula su putem popločanim jednakim pravokutnim pločicama. Puž Fin prešao je 25 dm, puž Pin prešao je 37 dm, a puž Rin prešao je 38 dm. Izgled puta svakog od njih prikazani su na slici. Koliko je decimetara prešao puž Tin?



A. 27 dm **B.** 30 dm **C.** 35 dm **D.** 36 dm **E.** 40 dm

16. Na Otoku kornjača vrijeme se mijenja na sljedeći način: u ponedjeljak i srijedu uvijek pada kiša, u subotu je maglovito, a ostale dane sunčano. Grupa turista željela bi provesti 44 dana na otoku. Koji dan u tjednu moraju doći da bi imali što više sunčanih dana?

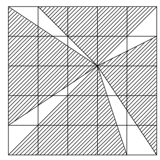
A. ponedjeljak **B.** srijedu **C.** četvrtak **D.** petak **E.** utorak

ZADATCI S 5 BODOVA

17. Zbroj je dvaju prirodnih brojeva 77. Ako prvi pomnožimo s 8, a drugi sa 6, tako dobiveni umnošci bit će jednaki. Koji je veći od tih dvaju brojeva?

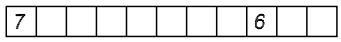
A. 23 **B.** 33 **C.** 43 **D.** 44 **E.** 54

18. U kojem su omjeru površine neobojenih i obojenih dijelova?



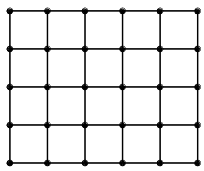
A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{5}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{2}{5}$ **E.** $\frac{2}{7}$

19. Na slici je 11 polja. U prvom polju upisan je broj 7, a u devetom broj 6. Koji će prirodan broj biti upisan u drugo polje ako vrijedi pravilo: zbroj bilo kojih triju uzastopnih brojeva uvijek je 21.



A. 7 **B.** 8 **C.** 6 **D.** 10 **E.** 21

20. Mreža na slici sastoji se od perlica i vrpce. Na koliko mjesta moramo presjeći vrpcu da bismo dobili zatvorenu ogrlicu od svih perlica?

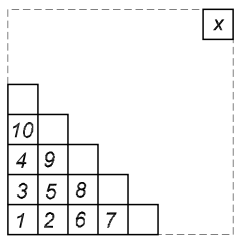


A. 18 **B.** 19 **C.** 20 **D.** 21 **E.** nemoguće je načiniti takvu ogrlicu

21. Dva CD-a imaju istu cijenu. Ako prvi pojeftini za 5%, a drugi poskupi za 15%, tada se njihova cijena razlikuje za 6 kuna. Kolika je cijena jeftinijeg CD-a?

A. 1.50 kn **B.** 6 kn **C.** 28.5 kn **D.** 30 kn **E.** 34.50 kn

22. Brojeve stavljajmo u kvadratiće zadanoga kvadrata kako prikazuje slika. Tada broj x ne može biti:



A. 128 **B.** 256 **C.** 81 **D.** 121 **E.** 400

23. Teo dijeli $\underbrace{111\ldots1}_{2004}$ s 3. Koliko nula ima u tom količniku?

A. 670 **B.** 669 **C.** 668 **D.** 667 **E.** 665

24. U ljetnom kampu *Klokan* u Zakopanima u Poljskoj učenici su rješavali 10 zadataka. Za točno riješen zadatak dobili su 5 bodova, a za krivo riješen zadatak oduzeta su im 3 boda. Svi su učenici rješavali sve zadatke. Mate je osvojio 34 boda, Andre 10 bodova, a Gabor 2 boda. Koliko su točno riješenih zadataka imali svi učenici?

A. 17 **B.** 18 **C.** 15 **D.** 13 **E.** 21

Zadatci za učenike VIII. razreda osnovnih škola i I. razreda srednjih škola

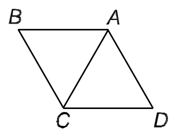
2004.-C

ZADATCI S 3 BODA

1. Koliko je $2\,004 - 4 \cdot 200$?

A. 4 005 800 **B.** 4 005 000 **C.** 1 204 **D.** 1 200 **E.** 2 804

2. Jednakostraničan trokut ACD rotira suprotno od smjera kazaljke na satu oko točke A. Koliki je kut rotacije onda kad trokut ACD po prvi put prekrije trokut ABC?



A. $60°$ **B.** $120°$ **C.** $180°$ **D.** $240°$ **E.** $300°$

3. Odredimo početni broj (?):

? → Pomnoži s 0.5 → Pomnoži s 1/3 →

Kvadriraj → Dodaj 1 → 50

A. 18 **B.** 24 **C.** 30 **D.** 40 **E.** 42

4. Marin ima 16 karata; 4 pika (♠), 4 trefa (♣), 4 karo karte (♢) i 4 srca (♡). Želi ih postaviti u kvadrat tako da u svakom redu i u svakom stupcu budu karte svih četiriju vrsta. Na slici se vidi kako je započeo. Koliko različitih vrsta karata može postaviti na mjesto upitnika?

♠		?	♡
♣	♠		
	♢		
	♡		

A. nijednu

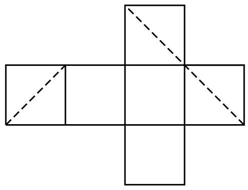
B. 1 **C.** 2

D. 3 **E.** 4

5. Kolika je vrijednost izraza $(1-2)-(3-4)-(5-6)-\ldots-(99-100)$?

A. 0 **B.** 49 **C.** -48 **D.** 48 **E.** 50

6. U presjeku je kocke i ravnine lik kojemu je mreža na mreži kocke označena isprekidanim crtama. Koji je lik u presjeku?



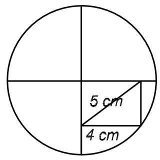
A. jednakostraničan trokut **B.** pravokutnik, ali ne kvadrat
C. pravokutan trokut **D.** kvadrat **E.** šesterokut

7. Ante je odlučio povećati pravokutni travnjak u svom vrtu. Povećao je i njegovu duljinu i njegovu širinu za 10%. Za koliko je postotaka povećao površinu travnjaka?

A. 10 % **B.** 20% **C.** 21 % **D.** 40 % **E.** 121 %

8. Koliki je promjer kruga na slici?

A. 18 cm **B.** 12 cm **C.** 10 cm **D.** 12.5 cm **E.** 14 cm

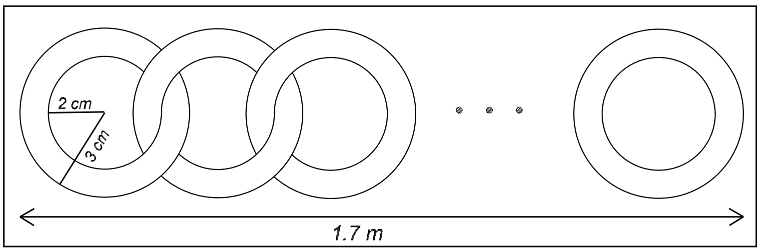


ZADATCI S 4 BODA

9. Sladoledar prodaje sladolede s 9 različitih okusa. Skupina djece zaželjela se sladoleda. Svako dijete kupi kornet s dva različita okusa. Ako je svako dijete kupilo drukčiju kombinaciju okusa, i to tako da su iskorištene sve moguće kombinacije okusa, koliko je djece bilo u skupini?

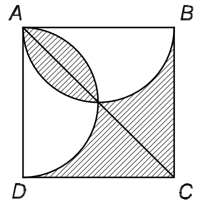
A. 9 **B.** 36 **C.** 72 **D.** 81 **E.** 90

10. Prstenovi su povezani kako je prikazano na slici. Duljina je lanca 1.7 m. Koliko je prstenova potrebno za lanac te duljine?



A. 30 **B.** 21 **C.** 42 **D.** 85 **E.** 17

11. Na slici je nacrtan kvadrat $ABCD$ i dva polukruga kojima su promjeri $\overline{AB}$ i $\overline{AD}$ duljine 2. Kolika je površina zatamnjenih dijelova?



A. 1 **B.** 2 **C.** 2π **D.** $\frac{\pi}{2}$ **E.** $\frac{3}{4}$

12. U prvoj od dviju godina zaredom ima više četvrtaka nego utoraka. Koji je dan u tjednu najčešći u drugoj godini ako nijedna od njih nije prijestupna?

A. utorak **B.** srijeda **C.** petak **D.** subota **E.** nedjelja

13. ABC je jednakokračan trokut s $|AB| = |AC| = 5$ cm i $\angle BAC > 60°$. Opseg trokuta iznosi cijeli broj centimetara. Koliko ima takvih trokuta?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

14. Noj Nojko trenira za životinjsku olimpijadu u disciplini „glava u pijesku". Za vrijeme jedne vježbe izvukao je glavu iz pijeska u ponedjeljak u 8.15 ujutro i shvatio da je srušio osobni rekord. Držao je glavu u pijesku 98 sati i 56 minuta. Kada je Nojko zabio glavu u pijesak?

A. u četvrtak u 5.19 ujutro **B.** u četvrtak u 5.41 ujutro **C.** u četvrtak u 11.11 ujutro **D.** u petak u 5.19 ujutro **E.** u petak u 11.11 ujutro

15. Netko ima velik broj opeka koje imaju duljinu 1, širinu 2 i visinu 3 cm. Koji je najmanji broj opeka potreban da bi se složila kocka?

A. 12 **B.** 18 **C.** 24 **D.** 36 **E.** 60

16. Svako od 5 djece zamisli broj, i to ili 1 ili 2 ili 4. Brojevi koje su zamislili pomnože se. Koji broj može biti rezultat?

A. 100 **B.** 120 **C.** 256 **D.** 768 **E.** 2 048

ZADATCI S 5 BODOVA

17. Prosječna je starost bake, djeda i 7 unučadi 28 godina. Prosječna je starost 7 unučadi 15 godina. Koliko je godina djedu ako je on 3 godine stariji od bake?

A. 71 **B.** 72 **C.** 73 **D.** 74 **E.** 75

18. U kavezu je više od jednoga klokana. Jedan klokan kaže: „Ovdje nas je 6." I iskoči iz kaveza. Svake sljedeće minute po jedan klokan iskoči iz kaveza i kaže: „Svi koji su iskočili prije mene lagali su!" To se nastavilo sve dok kavez nije ostao prazan. Koliko je klokana reklo istinu?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

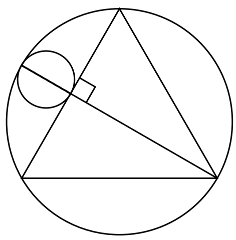
19. Branka ide od grada do plaže brzinom od 30 km/h. Pri povratku joj je brzina 10 km/h. Kolika je njezina prosječna brzina na cijelom putu?

A. 12 km/h **B.** 15 km/h **C.** 20 km/h **D.** 22 km/h **E.** 25 km/h

20. Ako su a i b pozitivni cijeli brojevi od kojih nijedan nije djeljiv s 10 i ako je $ab = 10\,000$, koliko je $a + b$?

A. 102 **B.** 641 **C.** 1 258 **D.** 2 401 **E.** 1 000

21. Trokut prikazan na crtežu je jednakostraničan trokut. Da bi se dobila površina velikoga kruga, površina maloga mora se pomnožiti s:



A. 12 **B.** 16 **C.** $9\sqrt{3}$ **D.** π^2 **E.** 10

22. Broj 2 004 djeljiv je s 12, a zbroj je njegovih znamenaka 6. Koliko četveroznamenkastih brojeva ima ovo svojstvo?

A. 10 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 15 **E.** 18

23. Ivan je odlučio neke od svojih časopisa staviti na policu. Časopisi imaju 48 ili 52 stranice. Koji od ponuđenih brojeva ne može biti ukupan broj stranica svih časopisa?

A. 500 **B.** 524 **C.** 568 **D.** 588 **E.** 620

24. Neki su prirodni brojevi napisani na stranama kocke. Na svakom vrhu kocke napisan je broj koji je umnožak triju brojeva napisanih na susjednim stranama. Zbroj je brojeva u vrhovima 70.

Koliki je zbroj brojeva na stranama kocke?

A. 12 **B.** 35 **C.** 14 **D.** 10 **E.** nemoguće je odrediti

Zadatci za učenike IV. razreda srednjih škola

2004.-J

ZADATCI S 3 BODA

1. Koliko je $(1-2)-(3-4)-(5-6)-(7-8)-(9-10)-(11-12)$?

   A. -6 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 6 **E.** 13

2. Eda ima 2 004 pikule. Polovica je pikula plave boje, četvrtina crvene, a šestina zelene. Koliko je pikula neke druge boje?

   A. 167 **B.** 334 **C.** 501 **D.** 1 002 **E.** 1837

3. Piramida ima 7 strana. Koliko ima bridova?

   A. 8 **B.** 9 **C.** 12 **D.** 18 **E.** 21

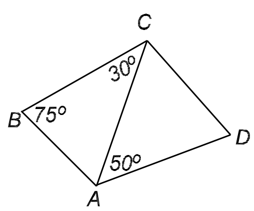
4. Treba izgraditi zgradu pravokutnog oblika kojeg su dimenzije 40 m $\times$ 60 m. Na nacrtu zgrada ima opseg 100 cm. U kojem je mjerilu izrađen nacrt ?

   A. 1 : 100 **B.** 1 : 150 **C.** 1 : 160 **D.** 1 : 170 **E.** 1 : 200

5. Tin i Tom igraju ping-pong. Kad bi Tin imao 5 bodova više, tada bi imao dvostruko bodova od Toma. Kad bi Tin imao 7 bodova manje, tada bi imao polovicu Tomijevih bodova. Koliko bodova ima Tin?

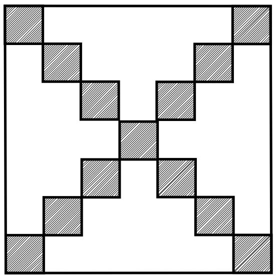
   A. 5 **B.** 7 **C.** 9 **D.** 11 **E.** 15

6. U četverokutu je $ABCD$ $|BC| = |AD|$. Koliki je kut ADC?



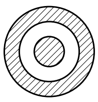
   A. 30° **B.** 50° **C.** 55° **D.** 65° **E.** 70°

7. U kvadratu stranica kojega je duljine 2 003, na dijagonali su obojeni kvadrati stranice 1 (poput kvadrata stranice duljine 7 koji je prikazan na slici). Kolika je površina neobojenoga dijela?



A. $2\,002^2$ **B.** $2\,002 \times 2\,001$ **C.** $2\,003^2$ **D.** $2\,003 \times 2\,004$ **E.** $2\,004^2$

8. Na slici je prikazana meta koja se sastoji od unutarnjeg sivog kruga i 2 prstena oko njega. Širina je svakoga prstena jednaka polumjeru sivog kruga. Koliko je puta veća površina sivog prstena od površine unutarnjeg sivog kruga?



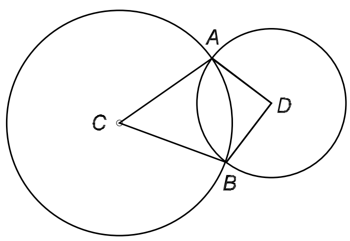
A. dvostruko **B.** 3 puta **C.** 4 puta **D.** 5 puta **E.** 6 puta

ZADATCI S 4 BODA

9. Petero je djece zamislilo jedan od brojeva 1, 2 ili 4, pa su ih pomnožili. Koji od donjih brojeva može biti rezultat?

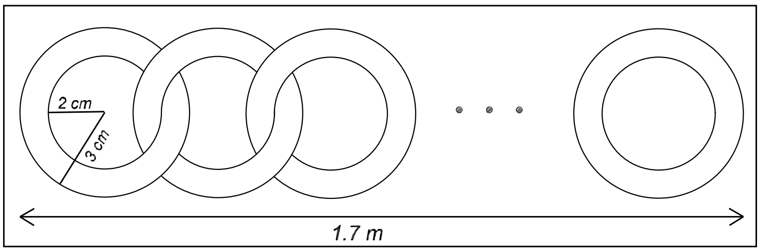
A. 100 **B.** 256 **C.** 768 **D.** 2 048 **E.** 4 096

10. Kružnice sa središtima u C, odnosno D sijeku se u točkama A i B, kako se vidi na slici. Mjera je kuta ACB $60°$, a mjera je kuta ADB $90°$. Koji je omjer polumjera veće i polumjera manje kružnice?



A. $4:3$ **B.** $\sqrt{2}:1$ **C.** $3:2$ **D.** $\sqrt{3}:1$ **E.** $2:1$

11. Prstenovi su povezani kako je prikazano na slici. Koliko prstenova čini lanac duljine 1.7 m?

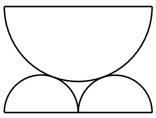


A. 30 **B.** 21 **C.** 42 **D.** 85 **E.** 17

12. Velika je kazaljka na satu duga 8 cm, a mala 4 cm. Koliki je omjer putova koje kazaljke prijeđu od 2 do 5 sati?

A. 1 : 2 **B.** 1 : 4 **C.** 1 : 6 **D.** 1 : 12 **E.** 1 : 24

13. Zvone želi od polovica debala napraviti klupicu za vrt koja izgleda kao na slici. Promjeri su donjih debala 2 dm, a promjer je gornjeg 4 dm. Kolika će biti visina klupice?



A. 3 **B.** $\sqrt{8}$ **C.** 2.85 **D.** $\sqrt{10}$ **E.** 2.5

14. U testu je bilo 20 pitanja. Za svaki se točan odgovor dobije 7 bodova. Dva se boda oduzimaju za krivi odgovor, dok se 0 bodova dobije ako se na pitanje ne odgovori. Andrej je osvojio 87 bodova. Na koliko pitanja nije odgovorio?

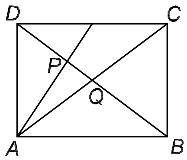
A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

15. Matko ima 16 karata: 4 plave (P), 4 crvene (C), 4 zelene (Z) i 4 bijele (B). Želi ih smjestiti u kvadrat tako da u svakom retku i svakom stupcu bude po jedna karta svake vrste. Na slici vidite kako je započeo. Na koliko načina može završiti?

P			
C	P		
	Z		
	B		

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 16 **E.** 128

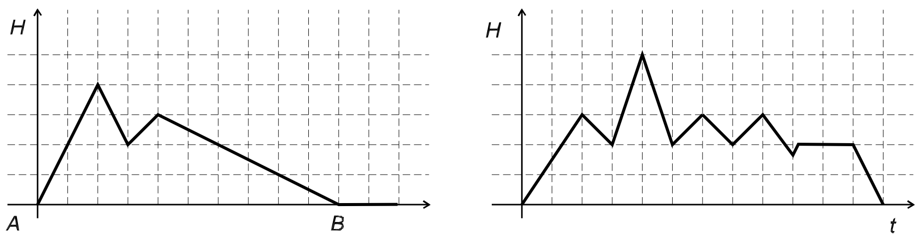
16. U pravokutniku povučemo obje dijagonale i dužinu koja spaja vrh sa polovištem nasuprotne strane, kao na slici. Koliko je $\frac{|BD|}{|PQ|}$?



A. ovisi o veličini pravokutnika **B.** 6 **C.** $\frac{13}{3}$ **D.** 4 **E.** 3

ZADATCI S 5 BODOVA

17. Jedan se planinar penjao kako to pokazuje slika 1. Išao je od točke A do točke B, a ponekad se i vraćao da nađe stvari koje je izgubio. Na slici 2. prikazana je visina mjesta na kojemu se nalazio u ovisnosti o vremenu. Koliko se puta vraćao?



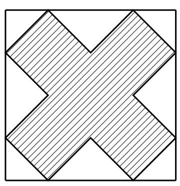
A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

18. Koliko ima brojeva između 100 i 200 čiji su jedini prosti faktori 2 i 3?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

19. Na slici je prikazan kvadrat i jednakostranični pravokutni dvanaesterokut u obliku križa. Opseg je dvanaesterokuta 36 cm. Kolika je, u cm^2, površina kvadrata?

A. 48 **B.** 72 **C.** 108 **D.** 115.2 **E.** 144



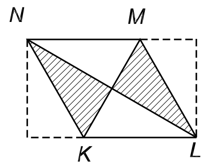
20. Koliko troznamenkastih brojeva n, koji nisu veći od 200, ima svojstvo da je broj $(n+1)(n+2)(n+3)$ djeljiv sa 7?

A. 43 **B.** 31 **C.** 34 **D.** 28 **E.** 39

21. Tepih debljine 1 cm smotan je u obliku valjka promjera 1 m. Koja je od sljedećih duljina najbliža duljini tepiha?

A. 20 m **B.** 50 m **C.** 75 m **D.** 150 m **E.** 300 m

22. Romb je $KLMN$ dobiven presavijanjem vrhova pravokutnika tako da se vrhovi pravokutnika spoje u središtu romba kako pokazuje slika. Kraća je stranica pravokutnika duljine $\sqrt{3}$. Kolika je površina romba?



A. 3 **B.** $\sqrt{10}$ **C.** $2\sqrt{3}$ **D.** 4 **E.** $3\sqrt{2}$

23. Koliko postoji deseteroznamenkastih brojeva $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}}$ kojih znamenke mogu biti samo 0 i 1 ($a_1 = 1$) sa svojstvom $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10}$?

A. 2^9 **B.** 126 **C.** 81 **D.** 32 **E.** 64

24. Na ploči su napisani svi brojevi od 1 od 10 000, a onda su izbrisani oni brojevi koji nisu djeljivi s 5 ili s 11. Među onima koji nisu izbrisani koji je broj 2 004. po redu?

A. 1 000 **B.** 5 000 **C.** 10 000 **D.** 6 545 **E.** 7 348

Zadatci za učenike IV razreda srednjih škola

2004.-S

ZADATCI S 3 BODA

1. Piramida je omeđena sa 17 strana. Koliko ta piramida ima bridova?

   A. 16 **B.** 17 **C.** 18 **D.** 32 **E.** 34

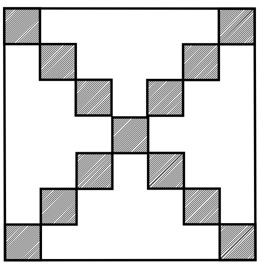
2. Najmanji je realni broj x koji zadovoljava nejednadžbu $x^2 - 2\,004 \leq 0$ jednak:

   A. -2 004 **B.** 2 004 **C.** 0 **D.** $\sqrt{2\,004}$ **E.** $-\sqrt{2\,004}$

3. Svaki Marsovac na glavi ima jedno, dva ili tri ticala. Točno 1% populacije Marsovaca ima tri ticala, točno 97% ih ima dva ticala, a preostalih 2% ih ima jedno ticalo. Koliki postotak Marsovaca ima na glavi više ticala od prosječnog broja ticala u cijeloj populaciji?

   A. 1% **B.** 3% **C.** 97% **D.** 98% **E.** 99%

4. Neka je s neparan broj. U kvadratu duljine stranice s, na dijagonali su obojeni kvadrati stranice 1 (poput kvadrata stranice duljine 7 koji je prikazan na slici) Kolika je površina neobojenoga dijela kvadrata?



   A. $s^2 + 1 - 2s$ **B.** $s^2 + 4 - 4s$ **C.** $2s^2 + 1 - 4s$ **D.** $s^2 - 1 - 2s$ **E.** $s^2 - 2s$

5. Koliko postoji dvoznamenkastih brojeva čiji kvadrat i kub završavaju jednakom znamenkom?

   A. 1 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 21 **E.** više od 30

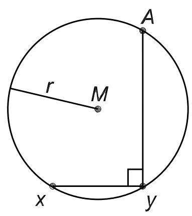
6. Kvadrat je razdijeljen na 18 manjih kvadrata od kojih 17 imaju duljinu stranice jednaku 1. Kolika je površina velikog kvadrata?

   A. 25 **B.** 49 **C.** 81 **D.** 100 **E.** 225

7. Na livadi se nalazi 15 ovaca i izvjestan broj pastira. Ako livadu napusti polovica pastira i trećina ovaca, ukupan broj nogu na preostalim bićima je 50. Koliko je ukupno nogu na livadi bilo na početku?

   A. 60 **B.** 72 **C.** 80 **D.** 90 **E.** 100

8. Koliki je kut $\angle XAY =$?



   A. 22.5° **B.** 30° **C.** 45° **D.** 60° **E.** 90°

ZADATCI S 4 BODA

9. Koliko postoji kvadrata s vrhom $A(-1,-1)$ takvih da je barem jedna koordinatna os ujedno os simetrije tog kvadrata?

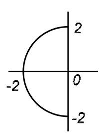
   A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

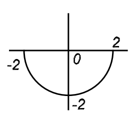
10. U kutiji se nalazi 100 kuglica označenih prirodnim brojevima od 1 do 100 tako da je svaki broj upotrijebljen točno jedanput. Koliko najmanje kuglica treba izvući iz kutije pa da sa sigurnošću možemo tvrditi da je produkt svih brojeva na izvučenim kuglicama djeljiv s 4? Osoba koja izvlači kuglicu u trenutku odabira kuglice ne vidi broj na njoj.

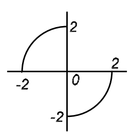
    A. 51 **B.** 52 **C.** 53 **D.** 54 **E.** 55

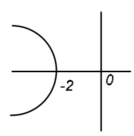
11. Na kojoj je slici dan grafički prikaz skupa svih uređenih parova (x, y) koji zadovoljavaju uvjete $x \cdot y \leq 0$ i $|x|^2 + |y|^2 = 4$?

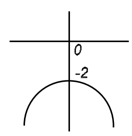
    A. **B.** **C.** **D.** **E.**



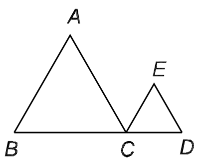








12. Trokuti su ABC i ECD jednakostranični trokuti sa stranicama duljine 2 odnosno 1. Kolika je površina četverokuta $ABCE$?



A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$ **C.** 3 **D.** $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$ **E.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

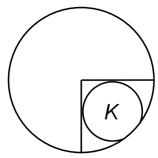
13. Broj je $(\sqrt{22+12\sqrt{2}}-\sqrt{22-12\sqrt{2}})^2$:

A. negativan **B.** jednak nuli **C.** četvrta potencija prirodnog broja
D. jednak $11\sqrt{2}$ **E.** prirodan broj djeljiv s 5

14. Koliko vrhova ima pravilni poligon kojemu je zbroj svih unutarnjih kuteva jednak sedmini zbroja svih unutarnjih kutova pravilnog šesnaesterokuta?

A. 3 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 10

15. Krug je K upisan u četvrtinu kruga polumjera 6. Koliki je polumjer kruga K?



A. $\frac{6-\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ **C.** 2.5 **D.** 3 **E.** $6(\sqrt{2}-1)$

16. Koliko je znamenaka desetica broja 11^{2004}?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3 **E.** 4

ZADATCI S 5 BODOVA

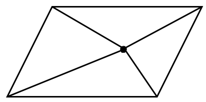
17. U Vega gradu upravo su održani izbori. Svaki glasač koji je glasovao za stranku Brokula jede brokulu. 90% glasača koji su glasovali za druge stranke nikad nisu jeli brokulu. Koliko je postotaka glasova osvojila stranka Brokula, ako je točno 46% glasača koji su pristupili izborima jelo brokulu?

A. 40% **B.** 41% **C.** 43% **D.** 45% **E.** 46%

18. U geometrijskom nizu $(a_n)_{n\geq 1}$ vrijedi ova nejednakost $a_3 < a_2 > a_4$. Koje od sljedećih svojstava sigurno vrijedi za taj niz?

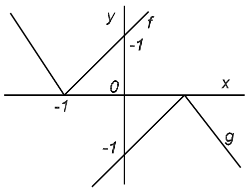
A. $a_3 \cdot a_4 > 0$ **B.** $a_2 \cdot a_3 < 0$ **C.** $a_2 \cdot a_4 < 0$ **D.** $a_2 < 0$ **E.** $a_2 \cdot a_3 > 0$

19. Paralelogram je podijeljen na četiri trokuta kao što je prikazano na slici. Od predloženih je mogućnosti za površine tih četiriju trokuta samo jedna istinita. Koja je to?



A. $4, 5, 8, 9$ **B.** $5, 6, 7, 12$ **C.** $10, 11, 12, 19$ **D.** $11, 13, 15, 16$
E. nijedna od A, B, C, D nije istinita

20. Na slici su dani grafovi funkcija f i g u istom koordinatnom sustavu. Koja jednakost povezuje funkcije f i g?



A. $f(x) = -g(x) + 2$ **B.** $f(x) = -g(x) - 2$ **C.** $f(x) = -g(x + 2)$
D. $f(x + 2) = -g(x)$ **E.** $f(x + 1) = -g(x - 1)$

21. Dan je jednakostraničan trokut ABC sa stranicom duljine 4. Sa središtem u vrhu A povučena je kružnica koja trokut dijeli na dva dijela jednakih površina. Koliki je polumjer te kružnice?

A. $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$ **B.** $\sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{\pi}}$ **C.** $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$ **D.** $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$ **E.** $\sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{\pi}}$

22. Zbroj je svih troznamenkastih brojeva koji su dobiveni permutacijom triju različitih znamenaka a, b, c, $0 < a < b < c$ jednak 1 554. Kolika je vrijednost znamenke c?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 7

23. Zapis se broja $m = 999\ldots9$ sastoji od 999 devetki. Koliki je zbroj znamenaka broja m^2?

A. 8 982 **B.** 8 991 **C.** 9 000 **D.** 9 009 **E.** 9 018

24. Koliko je $\sin^8 75^\circ - \cos^8 75^\circ$?

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\sqrt{3}$ **C.** $\frac{7\sqrt{3}}{16}$ **D.** 1 **E.** 0

RJEŠENJA ZA 2004.-E

1. **E.** 2. **A.** 3. **C.** $3 + 3 = 6$ km 4. **E.**

5. **B.** 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.**

9. **D.** S prve vage očitavamo da 5 olovaka ima masu 30 g, tj. jedna olovka 6 g. Tada nalivpero ima masu $15 - 6 = 9$ g.

10. **B.** Između onog koji žuri i onog koji kasni 40 je minuta razlike, a takva je situacija na 1. i 3. satu, pa je točno vrijeme na 2. satu.

11. **B.** 12. **E.**

13. **B.** Nedostaju listovi sa stranicama (25, 26) do (43, 44). To je 10 listova.

14. **E.** U 52 dana imamo 7 tjedana i 3 dana. Nakon 7 tjedana opet je utorak, a još 3 dana daju nam petak.

15. **C.** 16. **C.** $(3 + 8) - 4 = 7$ 17. **E.**

18. **A.** Ako broj ima 10 znamenaka kojih je zbroj 9, tada je barem jedna znamenka jednaka 0, pa je umnožak 0.

19. **C.** $A_5 = 5 \cdot 5 = 25$.

20. **E.** Plava je broj 2 ili 4. Crvena je krajnja, tj. ili 1 ili 5. Zelena, plava i crvena nalaze se u tom poretku ili obratnom, tj. zelena je kuća broj 3.

21. **A.** U gornjem redu ima 12 bijelih kocaka, u redu ispod 13, u redu ispod 12 itd. $12 + 13 + 12 + 13 + 12 = 62$.

22. **A.** $4 + 2 + 1 = 7$, $350 : 7 = 50$, $4 \cdot 50 = 200$. Treba 200 lopata šljunka.

23. **E.** Tri boda dobili bi da su igrali sva tri puta neriješeno (što nije moguće jer su dali više golova nego što su primili) ili da su jednom pobijedili i dva puta izgubili, što također nije moguće jer bi za dva poraza morali dobiti barem 2 gola.

24. **E.** Popunjena tablica izgleda ovako:

x	3	9	2	7
8	24	72	16	56
4	12	36	8	28
3	9	27	6	21
6	18	54	12	42

RJEŠENJA ZA 2004.-B

1. **C.** 2. **C.** 3. **E.**

4. **E.** 36 000:60=6 000 min = 100 sati

5. **B.** 2 004 : 5 = 400 i 4 ostatka. 6. **D.**

7. **B.** $73 - 12 = 61$. 61 mrkvu pojeli su otac i majka. $(61 - 5) : 2 = 28$. Majka je pojela 28, a otac 33 mrkve.

8. **D.**

9. **D.** Razmak je između dviju stranica 300 m. $300 \cdot 8 = 2\,400$ m.

10. **D.** $V = 4 \cdot 4 \cdot 1 = 16$ cm^3. 11. **E.**

12. **B.** Zbrojimo te podatke: pet jabuka i pet naranača ima masu $255 + 285 = 540$ g, pa je masa jabuke i naranče: $540 : 5 = 108$ g.

13. **B.** 14. **E.**

15. **C.** Iz Finova puta očitavamo da je duljina dijagonale pločice $25 : 5 = 5$ dm. Pinov put sastoji se od 5 dijagonala i 4 visine, tj. $37 = 5 \cdot 5 + 4 \cdot v$, $v = 3$ dm. Rinov put sastoji se od 6 visina i 5 duljina pločica, pa je $38 = 6 \cdot 3 + 5d$, $d = 4$. Tinov put sastoji se od 3 dijagonale, dvije duljine i 4 visine, tj. duljina je $3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 35$ dm.

16. **C.** 44 dana su 6 tjedana i 2 dana. Najviše će sunčanih dana biti ako su ta dva dana upravo četvrtak i petak kad je sunčano.

17. **D.** $x + y = 77$, $8x = 6y$. Dobivamo: $y = 44$, $x = 33$.

18. **A.** Neobojeni dijelovi imaju površine: 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$, 1, tj. ukupna im je površina 5. Površina je obojenih dijelova $25 - 5 = 20$. Omjer je $1 : 4$.

19. **B.** Vrijedi: $7 + x + y = 21$, $x + y + z = 21$, pa je $z = 7$. Dakle, u 4., 7. i 10. polju broj je 7. Tad je u zadnjem polju $21 - 6 - 7 = 8$. Isto tako, u 8., 5. i 2. polju je 8.

20. **B.** 21. **C.** $1.15x - 0.95x = 6$, $x = 30$ kn, $0.95x = 28.5$ kn.

22. **A.**

23. **D.** $2004 : 3 = 668$. U broju $111\ldots1$ ima 668 grupa po tri jedinice, tj. 111. Svaka od njih, osim prve, pri dijeljenju s 3 daje 0374. Dakle, u količniku ima 667 nula.

24. **A.** $34 = 5x - 3(10 - x)$, $x = 8$. Mate je točno riješio 8 zadataka. Andre je točno riješio 5, a Gabor 4 zadatka. Zajedno su točno riješili 17 zadataka.

RJEŠENJA ZA 2004.-C

1. **C.** 2. **E.** 3. **E.** 4. **C.**

5. **D.** $(1-2)-(3-4)(5-6)-\ldots-(99-100) = (-1)-(-1)-(-1)-\ldots-(-1) = -1-(-49) = 48$.

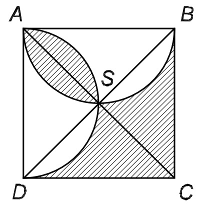
6. **A.** 7. **C.** $1.1a \cdot 1.b = 1.21ab$. Za 21%.

8. **C.** $r = 5$, $2r = 10$ cm.

9. **B.** Postoji $9 \cdot 8 = 72$ uređena para okusa. Ali, budući da nam nije bitan poredak, riječ je o $72 : 2 = 36$ parova.

10. **C.** Svaki prsten osim zadnjega daje 4 cm duljini lanca. Zadnji prsten pridonosi duljini lanca sa 6 cm. $170 : 4 = 42$ i 2 ostatka.

11. **B.**



Označimo sa S središte kvadrata. Kružni odsječci nad tetivom $\overline{AS}$ jednaki su odsječcima nad tetivama $\overline{DS}$ i $\overline{BS}$, pa je površina osjenčanih dijelova jednaka polovici površine kvadrata, tj. 2.

12. **C.**

13. **D.** Osnovica $\overline{BC}$ mora biti dulja od 5 cm i manja od $|AC|+|AB| = 10$ cm. Dakle, može biti 6 cm, 7 cm, 8 cm ili 9 cm.

14. **A.** 98 h = 4 dana i 2 h. 8 h 15 min -2 h 56 min = 5 h 19 min. Prošla su 4 dana, dakle riječ je o četvrtku.

15. **D.**

16. **C.** Broj je potencija broja 2, i to maksimalno $4^5 = 1\,024$. Jedino je 256 potencija broja 2 manja od $1\,024$.

17. **E.** Baka, djed i 7 unučadi zajedno imaju $28 \cdot 9 = 252$ godine. Unučad ima $15 \cdot 7 = 105$ godina, pa baka i djed imaju 147 godina. $(147 - 3) : 2 = 72$. Djed ima $72 + 3 = 75$ godina.

18. **B.**

19. **B.** Drugo je vrijeme tri puta veće od prvoga, tj. $3t_1 = t_2$. Srednja je brzina na cijelom putu jednaka $v = \frac{2s}{t_1+t_2} = \frac{2 \cdot 30 t_1}{4t_1} = 15$ km/h.

20. **B.** Budući da niti a niti b nisu djeljivi s 10, a umnožak im je 10 000, slijedi da je $a = 2^4$ i $b = 5^4$ ili obratno. Tada je $a+b = 16+625 = 641$.

21. **B.** $2r + v = 2R$, gdje je r polumjer malog, a R velikoga kruga. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, pa je $2r = 2R - v = \frac{2a\sqrt{3}}{3} - \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{6}a\sqrt{3}$ tj. $r = \frac{a\sqrt{3}}{12}$ i polumjer maloga kruga 4 je puta manji od velikog. Dakle, površine se odnose kao $1 : 16$.

22. **E.** Iz djeljivosti s 12 slijedi da su ti brojevi djeljivi i s 4, tj. posljednje dvije znamenke daju broj djeljiv s 4. Mogućnosti za to, uvažavajući uvjet da je zbroj znamenaka jednak 6, su: 00, 04, 12, 20, 32, 40. Brojeva oblika $\overline{ab00}$ kojima je zbroj znamenaka 6 ima 6. To su: 6 000, 5 100, 1 500, 4 200, 2 400, 3 300. Brojeva oblika $\overline{ab04}$ ima 2. To su: 2 004, 1 104. Brojeva oblika $\overline{ab12}$ ima 3. To su: 3 012, 2 112, 1 212. Brojeva oblika $\overline{ab20}$ ima 4. To su: 4 020, 3 120, 1 320, 2 220. Brojeva oblika $\overline{ab32}$ ima 1. To je 1 032. Brojeva oblika $\overline{ab40}$ ima 2. To su: 2 040, 1 140. Ukupno ih je $6 + 2 + 3 + 4 + 1 + 2 = 18$.

23. **B.** Riječ je o diofantskim jednadžbama $48x + 52y = 500, \ldots, 48x + 52y = 620$. Samo druga nema prirodna rješenja.

24. **C.** Označimo kocku $ABCDEFGH$. Neka su na stranama $ABFE$, $BCGF$, $CDHG$, $ADHE$, $EFGH$ brojevi a, b, f, d, e, c. Tada je: $adc + abe + bef + def + cad + cab + cbf + cdf = 70$, tj. $(e + c)(a + f)(d + b) = 70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$. Zbroj je tih faktora 14.

RJEŠENJA ZA 2004.-J

1. **C.** $-1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 4$

2. **A.** $(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}) \cdot 2\,004 = \frac{1}{12} \cdot 2\,004 = 167$.

3. **C.** Od 7 strana jedna je baza, a ostalo pobočke. Stoga je to šesterostrana piramida koja ima $2 \cdot 6 = 12$ bridova.

4. **E.** Opseg je zgrade 200 m, pa je mjerilo 1 : 200.

5. **D.** Ako s x označimo Tinove bodove, a s t Tomove, tada je: $x+5 = 2t$, $x-7 = \frac{t}{2}$, pa je $x = 11$.

6. **D.** Trokut je ABC jednakokračan, jer mu je treći kut $75°$. Stoga je i trokut ACD jednakokračan, pa je kut ADC jednak $\frac{130°}{2} = 65°$.

7. **A.** Obojane kvadrate možemo posložiti uz dvije stranice susjedne stranice kvadrata, pa neobojan ostane kvadrat sa stranicom 2 002. Stoga je površina $2\,002^2$.

8. **D.** Polumjeri kružnica koje određuju sivi prsten su $3r$ i $2r$, pa je njegova površina $9r^{\pi} - 4r^2\pi = 5r^{\pi}$, dok je površina sivog kruga $r^2\pi$.

9. **B.** Budući da su 1, 2 i 4 potencije broja 2, to i rezultat mora biti potencija broja 2. Stoga A i C ne mogu biti, pa je rezultat B, D ili E jer u njima dani odgovori su potencije broja 2. Najveći broj koji se može dobiti je kada svi zamisle broj 4. Tada je rezultat $(2^2)5 = 2^{10} = 1024$. Stoga se od ponuđenih brojeva može dobiti jedino 256.

10. **B.** Tetiva je $\overline{AB}$ stranica jednakostraničnoga trokuta ABC. Ujedno je i hipotenuza jednakokračnoga pravokutnoga trokuta ABD. Stoga, ako s r označimo polumjer veće kružnice, a s r' manje imamo: $r = r'\sqrt{2}$, pa je $r : r' = \sqrt{2} : 1$.

11. **C.** Vidi 10. zadatak u 2004.-C.

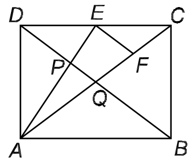
12. **E.** Velika kazaljka prijeđe četvrtinu kružnice (od $60°$ do $150°$), a mala obiđe kružnicu 3 puta. Omjer je $(\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi) : (3 \cdot 8 \cdot \pi) = 1 : 24$.

13. **B.** Prema Pitagorinu poučku vrijedi: $v = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8}$.

14. **D.** Broj je bodova na testu je: $7x + 2y = 87$, pri čemu je $x > 12$, a $y > 20 - x$. Također, x mora biti neparan. Jedine mogućnosti za x su: 13, 15, 17, 19. Provjerom dobivamo da je $x = 13$, $y = 2$, pa je broj neodgovorenih pitanja 5.

15. **C.** Označimo mjesta u tablici polazeći od lijeva prema desno i odozgo prema dolje brojevima 1, 2, 3, 4, …, 16. Na mjestu 1 je P, na mjestu 5 je C, na 6 je P, na 10 je Z. Mjesta 2, 9 i 13 su određena. Tu dolaze po redu C, B, Z. Za mjesto 3 postoje dvije mogućnosti: B i Z i ovisno o izboru određeni su jednoznačno 4, 7, 8. Za mjesto 11 opet su dvije mogućnosti, i onda su ostala mjesta ponovo određena. Stoga je ukupan broj mogućnosti $2 \cdot 2 = 4$.

16. **C.** Neka je točka F polovište od $\overline{QC}$. U trokutu DQC je dužina $\overline{EF}$ srednjica, pa je $|EF| = \frac{1}{4}|BD|$ i $EF \parallel BD$. Točka je F polovište od $\overline{QC}$, pa je $|AQ| = \frac{2}{3}|AF|$. Tad je $|PQ| = \frac{2}{3}|EF| = \frac{1}{6}|BD|$.



17. **C.** Najprije je išao od točke A do točke C, potom se vratio do točke D (1. vraćanje), pa nastavio do točke E. Od E je išao do F, pa se vratio do G (2. vraćanje). Potom je od G išao do F, pa do H. Potom od H do I, pa natrag od I do J (3. vraćanje). U J je stajao neko vrijeme, a onda se spustio do B.

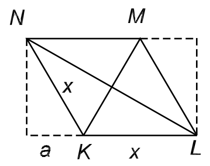
18. **D.** To su brojevi $2^7 = 128$, $2^6 \cdot 3 = 192$, $2^4 \cdot 3 = 144$, $2^2 \cdot 3^3 = 108$, $2 \cdot 3^4 = 162$.

19. **B.** Stranica je dvanaesterokuta 3 cm. Stranica se kvadrata sastoji od tri dijela. Prvi i zadnji su katete pravokutnoga trokuta kojemu je hipotenuza 3, a srednji je hipotenuza pravokutnoga trokuta kojemu su katete 3. Stoga je stranica kvadrata jednaka: $2\frac{3\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$, pa mu je površina 72 cm^2.

20. **A.** Od tri uzastopna broja samo jedan može biti djeljiv sa 7. Brojevi djeljivi sa 7 iz traženog intervala su $7 \cdot 15 = 105$, $7 \cdot 16 = 112$, ..., $7 \cdot 28 = 196$. Svaki od njih određuje tri broja n koja zadovoljavaju uvjet (npr. za 105, $n = 102$, 103, 104). Još i 200 zadovoljava uvjet jer se on dobije od broja $7 \cdot 29 = 203$). Ukupno postoji $14 \cdot 3 + 1 = 43$ broja.

21. **C.** Možemo pretpostaviti da je tepih savijen tako da čini kružnice čiji su polumjeri 5, 6, 7, ..., 50 cm. Opsezi tih kružnica daju duljinu tepiha: $2\pi(5 + 6 + 7 + \ldots + 50) \approx 2 \cdot 3 \cdot 1\,265 = 7\,590$ cm ≈ 75 m.

22. **C.** Dijagonala je LN jednaka $2\sqrt{3}$, pa uz oznake kao na slici, dobivamo: $(a+x)^2 = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2$, $a+x=3$. Iz malog pravokutnog trokuta vidimo da je $x^2 = a^2+3$, pa je $a=1$. Površina je romba $\frac{d_1 d_2}{3} = 2\sqrt{3}$.



23. **B.** Lijeva strana može biti 1, 2, 3, 4 ili 5. Na lijevoj se strani 1 može pojaviti samo na jedan način ($a_1 = 1$, a ostali su brojevi 0), a na desnoj strani na 5 načina. Zbroj se 2 na lijevoj strani može pojaviti na 4 načina, a na desnoj na 10 načina, itd. Ukupan broj mogućnosti je: $5 + 4\cdot 10 + 6\cdot 10 + 4\cdot 5 + 1 = 126$.

24. **E.** Od brojeva koji su ostali svaki treći je broj djeljiv s 11. Ti su brojevi oblika: $1\cdot 11$, $2\cdot 11$, $3\cdot 11$, ... Kako je $2\,004 : 3 = 668$, to je na 2004. mjestu broj: $668\cdot 11 = 7\,348$.

RJEŠENJA ZA 2004.-S

1. **D.** Mreža se n-terostrane piramide sastoji od osnovke i n trokuta, pa je u ovom slučaju $n=16$. Broj bridova je $2n = 32$.

2. **E.** Skup je rješenja te nejednadžbe $[-\sqrt{2\,004}, \sqrt{2\,004}]$, pa je najmanji realni broj tog intervala upravo $-\sqrt{2\,004}$.

3. **D.** Prosječan je broj ticala $\frac{1\cdot 3+97\cdot 2+2\cdot 1}{100} = 1.99$. Dakle, Marsovci s većim brojem ticala od prosjeka su oni koji imaju 2 ili 3 ticala, a njih je 98% populacije.

4. **A.** Osjenčanih kvadrata površine 1 ima $s + (s-1) = 2s - 1$, pa je površina neosjenčanoga dijela velikog kvadrata $s^2 - (2s-1) = s^2 + 1 - 2s$.

5. **E.** Dvoznamenkasti su brojevi s traženim svojstvom brojevi koji završavaju s 0, 1, 5 i 6, i ima ih 36.

6. **C.** 17 manjih kvadrata i jedan površine različite od 1 mogu činiti kvadrat samo ako tih 17 kvadrata obrubljuje veći (osamnaesti) kvadrat duž njegove dvije susjedne strane. Dakle, stranica kvadrata je 9, pa je njegova površina 81.

7. **C.** S x označimo broj pastira. Tada je $50 = \frac{2}{3} \cdot 15 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2$, tj. $x = 10$. Na početku je bilo 80 nogu na livadi.

8. **B.** Trokut je XAY pravokutan, pa prema obratu Talesovog poučka slijedi da je XA promjer kružnice. Tada je $\sin \angle XAY = \frac{r}{2r} = \frac{1}{2}$, pa je $\angle XAY = 30^\circ$.

9. **D.** Ako je x–os os simetrije kvadrata koja prolazi polovištima stranica, tada postoje dva takva kvadrata: jedan s vrhovima A, $(1,-1)$, $(1,1)$, $(-1,1)$ i drugi s vrhovima A, $(-3,-1)$, $(-3,1)$ i $(-1,1)$. Ako je x–os ona os simetrije kvadrata koja sadrži dijagonalu, tada postoji samo jedan traženi kvadrat i njegovi su vrhovi: A, $(0,0)$, $(-1,1)$ i $(-2,0)$. Ako je y–os os simetrije kvadrata, tada također postoje tri kvadrata, ali je jedan već pobrojan u prethodnoj raspravi. Dakle, postoji 5 kvadrata s traženim svojstvima.

10. **B.** Promotrimo najnepovoljniju situaciju, a ta je da prvo izvučemo sve neparne brojeve kojih ima 50. Potom treba izvući bar dva parna broja da bi sa sigurnošću mogli tvrditi da je umnožak djeljiv s 4. Dakle, traženi broj kuglica je 52.

11. **C.** Graf je relacije $|x|^2 + |y|^2 = 4$ kružnica sa središtem u ishodištu i polumjerom 2. Točke koje zadovoljavaju prvi uvjet pripadaju drugome i četvrtome kvadrantu, pa je grafički prikaz dan na slici C.

12. **E.** $P = \frac{1}{2}|AC||CE| \sin 60^\circ + \frac{|AB|^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$.

13. **C.** Kvadriranjem dobivamo $(22+12\sqrt{2})-2\sqrt{22+12\sqrt{2}}\sqrt{22-12\sqrt{2}}+(22-12\sqrt{2}) = 44 - 2\sqrt{484-288} = 16 = 2^4$.

14. **B.** Zbroj je svih kutova u 16-terokutu $(16-2) \cdot 180^\circ = 2520^\circ$. Sedmina je tog broja 360°, a mnogokut koji ima toliki zbroj kutova je četverokut.

15. **E.** Simetrala pravog kuta prolazi središtem kruga K i diralištem kruga K i kruga polumjera 6. Stoga je $6 = r\sqrt{2} + r$, tj. $r = \frac{6}{\sqrt{2}+1} = 6(\sqrt{2}-1)$.

16. **E.** Ispitivanjem znamenaka desetica nekoliko prvih potencija broja 11 uočavamo da je znamenka desetica n–te potencije broja 11 jednaka znamenci jedinica broja n. Budući da je 4 znamenka jedinica broja 2 004, odgovor je 4.

17. **A.** Neka je x traženi postotak. Tada vrijedi $\frac{x}{100}+10\%(\frac{100-x}{100}) = \frac{46}{100}$, pa je $x = 40$.

18. **B.** Iz nejednakosti $a_3 < a_2$ i $a_3 = a_1q^2$, $a_2 = a_1q$ slijedi $a_1q(q-1) < 0$. Iz $a_2 < a_4$ slijedi $a_1q(q-1)(q+1) > 0$. Budući da je umnožak prva tri faktora negativan, slijedi da je i $q + 1 < 0$, tj. q je manji od -1. Sad je $a_3 \cdot a_4 = a_1^2q^5 < 0$, pa ne vrijedi uvjet iskazan u A. Jednako se pokaže da ne vrijede uvjeti C. i E., uvjet D. je neodređen, a uvjet B. vrijedi.

19. **A.** Neka su a i b duljine susjednih stranica paralelograma. Označimo s v_1 i v_2 duljine visina trokuta s osnovicom a, a s v_3 i v_4 duljine visina s osnovicom b. Izrazimo površinu paralelograma na dva načina i izjednačimo te izraze. $P = av_a = a(v_1 + v_2) = 2(\frac{av_1}{2} + \frac{av_2}{2})$, $P = bv_b = b(v_3 + v_4) = 2(\frac{bv_3}{2} + \frac{bv_4}{2})$. Slijedi da je zbroj površina trokuta s osnovicom a jednak zbroju površina trokuta s osnovicom b. Dakle, među ponuđenim mogućnostima tražimo onu u kojoj je zbroj dva broja jednak zbroju druga dva broja. Lako se vidi da samo A. zadovoljava taj uvjet.

20. **C.** Graf funkcije g dobiven je translacijom grafa funkcije f za 2 udesno duž x–osi te simetrijom s obzirom na x–os.

21. **A.** Jedan je dio kružni isječak sa središnjim kutem $60°$ i njegova je površina jednaka polovici površine jednakostraničnog trokuta, tj. $\frac{r^2\pi}{6} = 2\sqrt{3}$. Tad je $r = \sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$.

22. **A.** Traženi su troznamenkasti brojevi: $100a+10b+c$, $100a+10c+b$, $100b + 10a + c$, $100b + 10c + a$, $100c + 10b + a$, $100c + 10a + b$, a njihov zbroj je $222(a + b + c)$. Dakle, $a + b + c = 7$, pa je $c = 3$.

23. **B.** Promotrimo broj $m = 10^n - 1$. Tada je $m^2 = 10^{2n} - 2 \cdot 10^n + 1 = 99\ldots9800\ldots01$, pri čemu su na prvih n–1 mjesta devetke. Prema tome zbroj svih znamenaka kad je $n = 999$ je $998 \cdot 9 + 8 + 1 = 8991$.

24. **C.** $\sin^8 75° - \cos^8 75° = (\sin^4 75° - \cos^4 75°)(\sin^4 75° + \cos^4 75°) = (\sin^2 75° - \cos^2 75°)(\sin^2 75° + \cos^2 75°)(1 - 2\sin^2 75° \cos^2 75°)$
$= -\cos 150° \cdot (1 - \frac{1}{2}\sin^2 150°) = 7\frac{\sqrt{3}}{16}$